

Задачі для розвитку мислення**Завдання 1**

1. Чотири олівці і три ручки стоять 2 грн 60 копійок, а два олівці і дві ручки 1 грн 40 копійок. Скільки потрібно сплатити за 16 олівців і 14 ручок?
2. Котра зараз година, якщо до кінця суток залишилось $\frac{4}{5}$ того, що вже пройшло від початку суток?
3. Доньці на даний час 8 років, а її матері 38. Через скільки років мама буде втричі доросліша доньки?
4. У клітці знаходяться фазани і кролики. Усі тварини мають 35 голов і 94 ноги. Кого більше в клітці і на скільки?
5. Деякий товар спочатку піднявся у ціні на 150%, а потім знизився у ціні на 80%. Як при цьому змінилась ціна товару?
6. План випуску виробів 69 штук, а виготовлено – 95. Обчислити відсоток виконання плану.
7. В сім'ї три сина, кожний має одну сестру. Скільки дітей в сім'ї?
8. План – 60 виробів, а виконали – 175 виробів. Обчислити відсоток перевиконання плану.
9. Добуток двох чисел дорівнює 150. Перше число у півтора рази більше другого. Обчислити ці числа.
10. Колісний трактор виорає поле за 6 годин, а гусеничний – за 3 години. За скільки годин вони зорють поле разом?
11. Добуток двох рівних чисел дорівнює натуральному числу K . Якщо один множник збільшити на 20, а другий зменшити на 20, то як зміниться добуток?
12. Костюм коштував K гривень. Спочатку його ціну зменшили на 20%, а згодом підвищили на 25%. Як змінилась ціна костюма?

Завдання 2

13. Одна труба наповнює басейн за 4 години, а друга – за 2 години. За який час дві труби разом заповнять половину басейна?
14. У класі 25 учнів, із них 23 встигають вчасно виконати домашні завдання. Обчислити відсоток виконання домашніх завдань учнями.
15. Кількість мешканців району на початок року K . Приріст населення за рік склав $P\%$. Скільки мешканців району буде на кінець року? Скільки мешканців району буде на кінець 7 року?
16. 10 кур за 10 днів з'їдають 10 кг зерна. Скільки зерна з'їдять 100 кур за 100 днів?
17. Комбайном зібрали в перший день $\frac{5}{12}$ поля, а на другий день залишилось – 21 га. Яка площа поля?
18. Із двох пунктів одночасно в одному напрямку вийшли два пішоходи. Перший пішохід йде зі швидкістю 6 км/ч, а другий – 4 км/ч. Через скільки годин перший пішохід наздожене другого, якщо відстань між пунктами 12 км?
19. Від ділення числа A на B отримали найменше двоцифрове число і остачу 1. Знайти число A , як вираз з числом B .
20. Від ділення числа $1/A$ на $1/B$ отримали найбільше двоцифрове число і остачу 1. Знайти число A , як вираз з числом B .
21. Від ділення різниці $A-B$ на суму чисел $A+B$ отримали найбільше трицифрове число і остачу 1. Знайти число A , як вираз з невідомим B .
22. Сума чисел $1/A$ та $1/B$ дорівнює найменшому простому числу. Виразити число A через число B . Знайти числа A та B , якщо A і B – два взаємнообернені числа.
23. Від ділення числа A на B/A отримали 729. Виразити число B через число A . Знайти числа A та B , якщо A і B – два взаємнообернені числа.
24. Від ділення числа $(A-B) / (B+A)$ на число $(A+B) / (A-B)$ отримали 1. Довести, що A і B – два невідомообернені числа.
25. Від ділення числа A/B на число $A+B$ отримали 1. Виразити число A через число B . Знайти числа A та B , якщо A і B – два взаємнопротилежні числа.

Завдання 3

26. Від ділення числа $A-B$ на число A/B отримали 1. Виразити число A через число B . Знайти числа A та B , якщо A і B – два взаємнопротилежні числа.
27. Від ділення числа $1/A-1/B$ на число $1/A+1/B$ отримали $15/17$. Виразити число A через число B . Знайти числа A та B , якщо A і B – два взаємнообернені числа.
28. Добуток двох чисел дорівнює 72, при цьому перше число в два рази більше другого. Знайти модуль різниці між сумою та добутком цих чисел.
29. Я задумав число і збільшив його втричі. До добутку додав 12 і отримав 60. Знайти задумане число.
30. Через першу трубу басейн наповнюється за 20 годин, через другу трубу – за 30 годин. За скільки годин басейн наповниться через обидві труби?
31. Деяку відстань автомобіль подолав вгору зі швидкістю 42 км/г, а з гори зі швидкістю 56 км/ч. Яка середня швидкість руху автомобіля на всьому шляху?
32. Парохід від Києва до Херсона пливе 3 суток, а від Херсона до Києва – 4 суток (без зупинок). Скільки часу плистиме плот від Києва до Херсона?
33. Змішали 3 кг молока жирністю 6% і 2 кг молока жирністю 3,5%. Знайти жирність молока в новій суміші.
34. Купили 40 птахів за 40 монет. За кожні три горобці сплатили 1 монету, за кожні дві горлиці сплатили одну монету, за кожного голуба – 2 монети. Скільки було куплено птахів кожної породи?
35. Дві бабусі вийшли одночасно назустріч один одному з двох міст. Вони зустрілись в полдень і досягли чужого міста – перша в 4 години пополудні, а друга в 9 години. Дізнатися, коли вони вийшли із своїх міст, якщо швидкість першої бабусі в два рази більша, ніж швидкість другої.
36. Рядовий Сидір почистив бак картоплі за 4 години, і у нього 20% усієї картоплі пішло в смітник. За скільки годин він начистив такий же (по вазі) бак картоплі?
37. Деяка справа приносить стабільний прибуток. Перший компаньйон вклав в нього 13 млн. грн., другий – 10 млн. грн., а третій – 13 млн. грн. Перший забрав вкладені гроші через місяць, другий – через 2, а третій – через 3 місяця. Тільки після цього вони розділили отриманий прибуток. На скільки відсотків збільшилась сума щомісячно, якщо сумарний прибуток першого і другого виявився рівним прибутку третього?
38. Які остачі при діленні на 6 може мати просте число, більше, ніж 5?

Завдання 4

39. Розкласти число 200 на суму таких двох цілих додатних чисел, щоб одне з них ділилось на 11, а друге — на 13.
40. Розкласти число 800 на суму таких двох цілих додатних чисел, щоб одне з них ділилось на 17, а друге — на 23.
41. Розкласти число 170 на суму таких двох цілих додатних чисел, щоб одне з них ділилось на 11, а друге — на 13.
42. Для настилання підлоги завширшки 6 м є дошки завширшки 17 см і 15 см. Скільки треба взяти дощок того й другого розмірів, якщо вважати, що довжина кімнати і довжина дощок однакові, і дошки кладуться вздовж кімнати?
44. На трасі 800 м треба прокласти газові труби. На складі є труби довжиною 11 м і 13 м. Як найекономішніше використати ці труби?
45. Автобаза може послати 30 машин для вивозу цукрових буряків на три приймальні пункти. На базі є дво-, три- і п'ятитонні машини. Скільки треба машин кожної тонажності, щоб за кожну ходку вивозити 100 тонн буряків? Знайти оптимальний розв'язок.
46. 26 осіб витратили разом 88 монет, причому кожен чоловік витратив 6, жінка — 4, а дівчина — 2 монети. Скільки було чоловіків, жінок і дівчат?
47. Пофарбований куб з ребром 10 см розрізали на кубики з ребром 1 см. Скільки утвориться кубиків: а) з однією пофарбованою гранню; б) з двома; в) з трьома; г) без пофарбованих граней?
48. Як даний прямокутний трикутник розрізати на гострокутні трикутники?
49. Як будь-який трикутник розрізати на гострокутні трикутники?
50. Розрізати прямокутник розміром 18×8 на дві частини так, щоб з них можна було скласти квадрат.
51. У сумі $a_1 + a_2 + a_3 + a_4$ доданок: a_1 ділиться на 3, a_2 ділиться на 3, a_3 ділиться на 3, а a_4 не ділиться на 3. Чи ділиться $a_1 + a_2 + a_3 + a_4$ на 3?

Завдання 5

52. Записати формулу чисел, які діляться на 7. Записати формулу чисел, які при діленні на 5 дають остачу 3.
53. Записати числа, які є наступними для чисел n , $3n$, $n+2$, $2n+1$, ?
54. Чи діляться $n(n+1)$ на 2? На які числа ділиться добуток $n(n+1)(n+2)$? Довести, що сума двох непарних послідовних чисел ділиться на 4.
55. Довести, що сума трьох послідовних парних чисел ділиться на 6.
56. Довести, що сума п'яти послідовних чисел ділиться на 5.
57. Довести, що сума двох парних послідовних чисел не ділиться на 4.
58. Довести, що сума чотирьох послідовних парних чисел не ділиться на 8.
59. Довести, що сума чотирьох послідовних натуральних чисел не може бути простим числом.
60. Довести, що добуток трьох послідовних натуральних чисел, менше з яких є непарним числом, ділиться на 6.
61. Довести, що добуток трьох послідовних натуральних чисел, менше з яких є парним числом, ділиться на 24.
62. Довести, що добуток $(n+5)(n+10)$ є парне число при будь-якому натуральному n .
63. Довести, що при будь-яких цілих a і b добуток $ab(a+b)$ - парне число.
64. Довести, що добуток чотирьох послідовних натуральних чисел ділиться на 24.
65. Довести, що добуток п'яти послідовних натуральних чисел ділиться на 120.
66. Розв'язати в цілих числах невизначені рівняння;
1) $x+3y=5$; 2) $2x-5y=4$; 3) $7x+2y=13$ і 4) $16x-5y=1$.
67. Розв'язати в цілих числах невизначені рівняння:
1) $12x+5y=17$; 2) $5x+7y=11$; 3) $21x+19y=73$ і 4) $15x-7y=19$.
68. Розкласти на множники $2^{24}+3^{12}$.

Завдання 6

69. Знайдіть непарне чотиризначне число, дві середні цифри якого утворюють число, що в 5 разів більше числа тисяч і в 3 рази більше числа одиниць.
70. Знайдіть всі трицифрові числа, які при закреслюванні середньої цифри зменшуються в: а) 7 разів; б) в 9 разів ?
71. Ціну на товар спочатку зменшили на 0,14, а потім ще на 0,13. Чи стала б вона меншою, якби її одразу зменшили на 0,2?
72. При діленні деякого числа на 13 і на 15 отримали однакові частки, але в першому випадку отримали остачу 8, а в другому – остачі не було. Знайдіть це число.
73. Доведіть, що сума дванадцяти послідовних натуральних чисел не ділиться на 12.
74. В кімнаті стоять табуретки та стільці. У кожній табуретки 3 ніжки, у кожного стільця - 4 ніжки. Коли на всіх табуретках та стільцях сидять люди, в кімнаті всього 39 ніг. Скільки табуреток і скільки стільців в кімнаті ?
75. а) Знайдіть два таких числа, що їх сума в 3 рази більша за їх різницю і в 2 рази менша за їх добуток; б) Знайти частку двох чисел, якщо вона в 2 рази менша за одне з них і в 6 разів більша за друге?
76. В бочці більше 10 л бензину. Як відлити з неї 6 л за допомогою дев'ятилітрового відра та п'ятилітрового бідона ?
77. На ринок принесли корзину яблук для продажу. Першому покупцеві продали половину всіх яблук і ще пів-яблука, другому - половину залишку і не пів-яблука, і т. д. Останньому, шостому покупцеві, було продано також половину залишку і ще пів-яблука, причому виявилось, що були продані всі яблука. Скільки яблук принесли на продаж ?
78. Чотири товариші купили м'яч. Перший заплатив половину суми, що заплатили інші, другий - третину суми, що заплатили інші, третій - чверть суми, що заплатили інші, а четвертий заплатив 130 грн. Скільки коштує м'яч?
79. Із восьмилітрового відра, наповненого молоком, потрібно відлити 4 л за допомогою порожніх трилітрового та п'ятилітрового бідонів.

Завдання 7

80. В магазин привезли 25 ящиків з яблуками трьох сортів, причому в кожному ящику містились яблука одного сорту. Чи можна знайти 9 ящиків з яблуками одного сорту?
81. Скільки існує чотиризначних чисел, які діляться на 45, а дві середні цифри у них 97?
82. До числа 15 припишіть зліва та справа по одній цифрі так, щоб отримане число ділилось на 15.
83. Знайти найменше натуральне число, що ділиться на 36, в запису якого зустрічаються всі цифри.
84. Скількома нулями закінчується добуток $1 \cdot 2 \cdot 3 \cdot 4 \cdot \dots \cdot 98 \cdot 99 \cdot 100$.
85. Якби учень купив 8 зошитів, то у нього залишилось би 30 коп., а на 12 - зошитів у нього не вистачить 1,5 грн. Скільки грошей було у учня?
86. На складі є цвяхи в ящиках по 16 кг, 17 кг, 40 кг. Чи може працівник складу відпустити 100 кг цвяхів, не відкриваючи ящики?
87. В кімнаті знаходиться 14 канцелярських столів з однією, двома та трьома шухлядами. Всього в столах 25 шухляд. Столів з однією шухлядою стільки ж, скільки з двома та трьома разом. Скільки столів з трьома шухлядами разом?
88. Знайдіть закономірність утворення ряду і запишіть три наступні числа ряду: 35, 34, 32, 29, 25, ...
89. Приїхало 100 туристів. Із них 10 чоловік не знали ні німецької мови, ні французької, 75 чоловік знали німецьку мову, а 83 - французьку. Скільки туристів знали французьку і німецьку мову?
90. Три посудини наповнені водою (не доверху). В одній посудині 1 л води, в другій 7 л, в третій 6 л. В кожную посудину можна долити стільки води, скільки там уже є. Як розділити воду так, щоб у всіх трьох посудинах її стало порівну?
91. В підвалі знаходяться 7 порожніх бочок, 7 бочок, наповнених наполовину і 7 повних бочок. Як розподілити ці бочки між трьома вантажними автомобілями так, щоб на кожному було 7 бочок і на всіх машинах був однаковий вантаж?
92. Розв'яжіть арифметичний ребус. Однаковим буквам відповідають однакові цифри, різним - різні. $Y - P = A : B = H \cdot E = H + I = E$.

Завдання 8

93. 4 коти - Вася, Пушок, Базіліо та Леопольд - полювали на мишей. Пушок з Леопольдом піймали стільки ж мишей, скільки Базіліо разом з Васею. Вася піймав мишей більше, ніж Базіліо, але Вася з Леопольдом піймали мишей менше, ніж Пушок з Базіліо. Скільки мишей піймав кожний кіт, якщо Пушок піймав 3 миші?
94. Коля заплатив 12 коп. за зошит, два олівці і гумку, а Сашко - 27 коп. за 2 зошити, 3 олівці та 3 гумки. Скільки заплатив Сергій за 2 зошити, 5 олівців та гумку?
95. Із восьми зовні однакових монет 7 - золотих, а одна - не золота, дещо легша за інші. Потрібно за допомогою двох зважувань на тетезах без гирь знайти незолоту монету.
96. Знайти двоцифрове число, котре зменшиться в 14 разів, якщо закреслити цифру одиниць в запису цього числа.
97. Два двозначних числа закінчуються цифрою 6. При яких умовах їх добуток закінчується числом 36?
98. Розв'яжіть ребус: БИР + БИР + БИР + БИР = ДОРД.
99. Якщо до двозначного числа приписати справа цифру 0, то це число збільшиться на 252. Знайдіть це число.
100. Якщо в деякому тризначному числі, що закінчується нулем, відкинути цей 0, то число зменшиться на 351. Знайдіть це число.
101. Сума двох чисел дорівнює 180. Частка від ділення більшого на менше дорівнює 5. Знайдіть ці числа.
102. Поставте у виразі $7 \cdot 9 + 12 : 3 - 2$ дужки так, щоб значення отриманого виразу дорівнювало: а) 23 ; б) 75.
103. $1 * 2 * 3 * 4 * 5$ - замініть зірочки знаками та поставте дужки так, щоб значення виразу дорівнювало 100.
104. В 1983 році було 53 суботи. Яким днем тижня було 1 січня?
105. Знайдіть найменше число, яке при діленні на 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9 дає в остачі 1.

Завдання 9

106. На одну шальку терезів покладено шматок мила, на другу $\frac{3}{4}$ шматка такого ж мила та ще 50 г. Терези знаходяться в рівновазі. Яка вага шматка мила?
107. Знайти два числа, якщо потроєна сума цих чисел на 8 більша їх подвоєної різниці, а подвоєна сума цих чисел на 6 більша їх різниці.
108. Сума цифр двоцифрового числа дорівнює 12, а різниця числа одиниць і числа десятків в цьому числі в 12 разів менше самого числа. Знайдіть це число.
109. Я чотирма розтинами ножа розрізав апельсин. Два розтини були вертикальними, та два розтини були горизонтальними. Скільки кусків апельсину я отримав?
110. Між цифрами числа 562101012 поставте знаки дій - множення, додавання, віднімання і можливо дужки, все в будь-якій кількості так, щоб результат був 120.
111. В таблиці 3x3 у верхніх кутових клітинках зліва наперво поставили цифри 1 та 2. Розмістити в порожніх клітинках таблиці числа від 3 до 9 так, щоб виконувались дві такі умови: 1) сума чотирьох чисел в будь-якому квадраті 2x2 була однаковою; 2) число записане в центрі таблиці було - найбільш можливим.
112. Прямокутний листок паперу розділили трьома прямими а, в, с на 7 частин. Потім провели ще три прямі a_1, b_1, c_1 . Причому кожна з нових прямих паралельна відповідній прямій, яка має позначення такою ж буквою. Яку максимальну кількість частин аркушу можемо отримати?
113. Михайло записує число. Він використовує лише цифри 1,2,3,4,5 і слідує таким правилам: 1) будь-які дві сусідні цифри даного числа відрізняються між собою; 2) всі двоцифрові числа, що складаються з любых двох сусідніх цифр даного числа записаних у порядку зліва - направо, відрізняються між собою. Наприклад, число 123134252 задовольняє умовам, а число 12315412 - ні, так як число 12 присутнє два рази в записі числа. З якої максимальної кількості цифр може складатися запис числа Михайло?

Завдання 10

114. Двоє по черзі ставлять королі у клітинки дошки 9x9 так, що королі не б'ють один одного. Програє той, хто не може зробити хід. Хто забезпечить собі перемогу? Вкажіть виграшну стратегію гравця, який перемагає.
115. А) Двоє по черзі ставлять слони у клітинки шахової дошки. Черговим ходом слід побити хоча б одну небиту клітинку. Слон б'є і клинику, на якій він знаходиться. Програє той, хто не може зробити хід? Хто забезпечить собі перемогу? Б) Та ж гра, але з турами. Хто забезпечить собі перемогу? Вкажіть виграшну стратегію гравця, який перемагає.
116. Дано клітчасту дошку 10x10. За хід дозволяється покрити будь-які 2 сусідні клітинки прямокутником 1x2 так, щоб прямокутники не перекривались. Програє той, хто не може зробити хід. Хто забезпечить собі перемогу? Вкажіть виграшну стратегію гравця, який перемагає.
117. В кожній клітинці дошки 11x11 стоїть шашка. За хід дозволяється зняти з дошки будь-яку кількість шашок, що йдуть підряд, або з одного вертикального, або з одного горизонтального ряду. Виграє той, хто зняв останню шашку. Хто забезпечить собі перемогу? Вкажіть виграшну стратегію гравця, який перемагає.
118. Є дві купки камінців: в одній — 30, в другій — 20. За хід дозволяється брати будь-яку кількість камінців, але тільки з однієї купки. Програє той, кому нема що брати. Хто забезпечить собі перемогу? Вкажіть виграшну стратегію гравця, який перемагає.
119. На колі розставлено 20 точок. За хід дозволяється з'єднати будь-які дві з них відрізком, що не перетинає відрізків, які проведено раніше. Програє той, хто не може зробити хід. Хто забезпечить собі перемогу? Вкажіть виграшну стратегію гравця, який перемагає.
120. Ромашка має а) 12 пелюсток; б) 11 пелюсток. За хід дозволяється відірвати або одну пелюстку, або дві, що ростуть поруч. Програє той, хто не може зробити ходу. Хто забезпечить собі перемогу? Вкажіть виграшну стратегію гравця, який перемагає.

Завдання 11

121. Гра «Хрестики-нулики» проводиться на квадратичному полі 3×3 , що містить 9 квадратні клітини. Двоє гравців по черзі заповнюють вільні клітини: перший — заповнить своїми символами горизонталь, вертикаль або діагональ з трьох квадратів. Якщо це не вдалося нікому, то гра закінчується внічию. Хто забезпечить собі перемогу? Вкажіть виграшну стратегію гравця, який перемагає.

122. Гра «9 цифр». На столі лежать 9 карток, на кожній з яких написано одну з цифр від 1-го до 9-ти включно. Цифри на всіх картках різні. Картки лежать написами догори. Двоє гравців по черзі беруть по одній картці зі столу. Переможцем вважається той, хто першим візьме 3 картки, сума цифр на яких дорівнюватиме 15 (на руках у переможця можуть бути й інші картки). Хто забезпечить собі перемогу? Вкажіть виграшну стратегію гравця, який перемагає.

123. Гра «9 слів». На столі лежать 9 карток, кожна з них містить одне зі слів: Лорен, какао, місто, хек, ліс, рама, Алла, меч, рік. [Слова на різних картках різні. Картки лежать написами догори. Два гравці по черзі беруть по одній картці зі столу. Переможцем вважається той, хто першим візьме 3 картки зі словами, що мають одну спільну літеру (на руках у переможця можуть бути й інші картки). Хто забезпечить собі перемогу? Вкажіть виграшну стратегію гравця, який перемагає.

124. Гра «9 шляхів». 8 міст, позначених першими літерами латиниці, сполучає 9 шляхів, що проходять відповідно через міста AEN, AF, ADG, BE, BDFH, BG, CF, CGH. Два гравці по черзі зафарбовують своїм кольором (червоним або синім) позначення шляхів на карті. Переможцем вважається той, хто перший зафарбує своїм кольором позначення всіх шляхів, які проходять через одне місто. Хто забезпечить собі перемогу? Вкажіть виграшну стратегію гравця, який перемагає.

125. Гра Баше(Клод Гаспар Баше де Мезірака (1581—1638) — французький математик, поет, перекладач). На початку гри в купці є p предметів. Два гравці по черзі забирають з цієї купки предмети (від 1 до p включно). Переможцем вважається той, хто примусить суперника зробити останній хід. Хто забезпечить собі перемогу? Вкажіть виграшну стратегію гравця, який перемагає.

126. Гра «На стежині». На кінцях стежини, розбитої на t клітин, стоять шашки різного кольору. Двоє гравців по черзі рухають шашку певного кольору на вільну клітину на довільну кількість клітин у межах від однієї до p включно в довільному напрямку, але без перескакування шашки суперника й виходу за межі стежини. Переможцем вважається той, хто зробить останній хід. Хто забезпечить собі перемогу? Вкажіть виграшну стратегію гравця, який перемагає.

Завдання 12

127. Певну кількість фішок розташовано в ряд. Два гравці по черзі забирають довільні одну або дві фішки, які стоять поруч, переможцем вважається той, хто зробить останній хід. Хто забезпечить собі перемогу? Вкажіть виграшну стратегію гравця, який перемагає.

128. Певну кількість фішок розташовано по колу. Два гравці по черзі забирають довільні одну або дві фішки, які стоять поруч. Переможцем вважається той, хто зробить останній хід. Хто забезпечить собі перемогу? Вкажіть виграшну стратегію гравця, який перемагає.

129. На початку гри є k груп предметів. Двоє гравців по черзі ділять кожен предмет, що містить більше одного предмета, на дві менші групи. Переможцем вважається той, хто виконає останній поділ. Хто забезпечить собі перемогу?

130. Два гравці по черзі виймають зі скриньки предмети, кількість яких не перевищує половини наявних у скриньці. Програє той, хто візьме останній предмет. Хто забезпечить собі перемогу?

131. Є дві купи предметів. Два гравці по черзі забирають одну купу, а іншу ділять на дві частини (обидві дії виконує один і той самий гравець). Переможцем вважається той, хто останнім ходом залишить дві купки по одному камінцю. Хто забезпечить собі перемогу? Вкажіть виграшну стратегію гравця, який перемагає.

132. Є 15 шашок, розташованих в ряд. Двоє гравців ходять по черзі. Першим ходом перевертається будь-яка шашка, а кожним наступним — будь-які одна або дві сусідні ще не перевернуті шашки. Переможцем вважається той, хто примусить суперника зробити останній хід. Хто забезпечить собі перемогу? Вкажіть виграшну стратегію гравця, який перемагає.

133. Китайська гра «ФАН-ТАН». На початку гри є k груп предметів. Двоє гравців по черзі забирають з будь-якої групи довільну додатну кількість предметів (можливо й усі предмети групи). Переможцем вважається той, хто виконає останній хід. Хто забезпечить собі перемогу?

Завдання 13

134. Дано прямокутний паралелепіпед розмірами: а) $4 \times 4 \times 4$; б) $4 \times 4 \times 3$; в) $4 \times 3 \times 3$, зібраний із одиничних кубиків. Грають двоє. За хід дозволяється проткнути спицею будь-який ряд, якщо в ньому є хоча б один непроткнутий кубик. Програє той, хто не може зробити хід. Хто забезпечить собі перемогу? Вкажіть виграшну стратегію гравця, який перемагає.
135. Двоє по черзі розламують шоколадку 5×10 . За хід дозволяється зробити прямолінійний розлом будь-якого з наявних кусків уздовж заглиблення. Виграє той, хто першим відломить частинку 1×1 . Хто забезпечить собі перемогу? Вкажіть виграшну стратегію гравця, який перемагає.
136. Двоє по черзі ставлять хрестики і нулики в клітинки дошки 9×9 . Той, що починає, ставить хрестики, його суперник — нулики. В кінці треба підрахувати, скільки є рядочків і стовпчиків, в яких хрестиків більше, ніж нуликів — це є очки, що набрані першим гравцем. Кількість рядків і стовпців, де нуликів більше — очки другого. Той із гравців, хто набере більше очок, перемагає. Хто забезпечить собі перемогу? Вкажіть виграшну стратегію гравця, який перемагає.
137. Гра починається з числа 100. За хід дозволяється відняти від наявного числа будь-яку з цифр 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9. Виграє той, хто одержить нуль. Хто з двох гравців зможе забезпечити собі перемогу? Вкажіть виграшну стратегію гравця, який перемагає.
138. Ферзь стоїть на полі c1. За один хід його можна пересунути на будь-яке число полів праворуч, вгору або по діагоналі "праворуч-вгору". Виграє той, хто поставить ферзя на поле h8. Хто забезпечить собі перемогу?
139. Є дві купки камінців: в першій — 7 камінців, в другій — 5. За хід дозволяється брати будь-яку кількість камінців із однієї купки або порівну камінців із обох купок. Програє той, хто не може зробити хід. Хто забезпечить собі перемогу? Вкажіть виграшну стратегію гравця, який перемагає.

Завдання 14

140. Кінь стоїть на шаховіниці в клітинці a1. За хід дозволяється пересувати коня або на дві клітинки праворуч і одну клітинку вгору або вниз, або на дві вгору і на одну праворуч або ліворуч. Програє той, хто по може зробити хід. Хто забезпечить собі перемогу? Вкажіть виграшну стратегію гравця, який перемагає.
141. Є дві купки по 11 сірників. За хід можна взяти два сірники з однієї купки і один із другої. Програє той, хто не може зробити хід. Хто забезпечить собі перемогу?
142. Гра починається із числа 0. За один хід дозволяється додати до наявного числа будь-яке натуральне число від 1 до 9. Виграє той, хто одержить число 100. Хто забезпечить собі перемогу? Вкажіть виграшну стратегію гравця, який перемагає.
143. Гра починається із числа 1. За один хід дозволяється помножити наявне число на будь-яке натуральне число від 2 до 9. Виграє той, хто першим одержить число, більше 1000. Хто забезпечить собі перемогу? Вкажіть виграшну стратегію гравця, який перемагає.
144. Гра починається із числа 2. За хід дозволяється додати до наявного числа будь-яке натуральне число, менше за нього. Виграє той, хто одержить 1000. Хто забезпечить собі перемогу? Вкажіть виграшну стратегію гравця, який перемагає.
145. Гра починається із числа 1000. За хід дозволяється відняти від наявного числа будь-яке, що не перевищує його, натуральне число, що є степенем двійки ($1 = 2^0$, $2^1 = 2$). Виграє той, хто одержить нуль. Хто забезпечить собі перемогу? Вкажіть виграшну стратегію гравця, який перемагає.
146. Двоє по черзі розрізають папір у клітинку, розміром 40×30 клітинок. За один хід дозволяється зробити прямолінійний розріз будь-якої частини вздовж лінії клітинок. Програє той, хто не зможе зробити хід. Хто забезпечить собі перемогу? Вкажіть виграшну стратегію гравця, який перемагає.
147. Двоє по черзі ставлять коні в клітинки шахової дошки так, що коні не б'ють один одного. Програє той, хто не може зробити хід. Хто забезпечить собі перемогу? Вкажіть виграшну стратегію гравця, який перемагає.
148. На столі лежать 1978 сірників. Два хлопчики по черзі можуть брати 1 чи 2 сірники. Який хлопчик виграє, якщо для перемоги потрібно взяти останній сірник? Хто забезпечить собі перемогу? Вкажіть виграшну стратегію гравця, який перемагає.

Завдання 15

149. На дошці написано число 1. Кожну секунду до числа на дошці додають суму його цифр. Чи може через деякий час на дошці з'явитися число 123456?
150. 175 Шалтаїв коштують дорожче, ніж 125, але дешевше, ніж 126 Болтаїв. Доведіть, що на трьох Шалтаїв і одного Болтая карбованця не вистачить.
151. Розв'язати ребус, в якому різним буквам відповідають різні цифри, а однаковим буквам відповідають однакові цифри: КАФТАН + КАФТАН = ТРИШКА
152. Розріжте прямокутник 3×9 на 8 квадратів.
153. Чи можна помістити у квадрат 5×5 : а) різні 4-клітинкові фігурки; б) рівні 5-клітинкові фігурки?
154. Чи існує два послідовних натуральних числа, сума цифр кожного з яких ділиться на 7?
155. Є 5 монет, з яких три справжні, одна фальшива, що важить більше від справжньої, і одна – фальшива, що важить менше від справжньої. За три зважування визначить обидві фальшиві монети.
156. Скільки існує двоцифрових натуральних чисел, обидві цифри яких розташовані у спадаючому порядку?
157. Є два пісочних годинники: на 7 хвилин і на 11 хвилин. Яйце вариться 15 хвилин. Як відміряти цей час за допомогою даних годинників?
158. В ряд покладено картки, на яких написано числа 7, 8, 9, 4, 5, 6, 1, 2, 3. Дозволяється взяти декілька карток, що лежать підряд і переставити їх у зворотному порядку. Чи можна за три таких операції добитися розміщення 1,2,3,4,5,6,7,8,9?

Завдання 16

159. Розв'язати ребуси, в якому різним буквам відповідають різні цифри, а однаковим буквам відповідають однакові цифри: ЛІНІЯ + ЛІНІЯ = ФІГУРА, КНИГА+КНИГА+КНИГА+НАУКА.
160. Продовжте послідовності чисел на три числа:
- a) 123, 456, 789, 101, 112, 131, 415, ...
 - b) 100, 121, 144, 169, 196, 225, 256, ...
 - c) 1, 1, 2, 3, 5, 8, 13, 21, 34, 55, 89, ...
 - d) 1211, 2211, 1222, 1111, 2222, ...
 - e) 526, 272, 829, 210, 211, 222, ...
 - f) 0, 3, 8, 15, 24, 35, 48, 63, ...
 - g) 1, 5, 10, 17, 26, 37, 50, 65, ...
 - h) 1, 2, 3, 6, 11, 20, 37, 68, 125, ...
 - i) 100, 999, 897, 969, 594, 939, 291, ...
161. Продовжте послідовності на три букви:
- a) П, В, С, Ч, ...
 - b) С, Л, Б, К, ...
 - c) К, О, Ж, З, ...
 - d) О, Д, Т, Ч, ...
162. Який кут між годинною і хвилинною стрілками, якщо годинник показує 12 год 12 хв?
163. Ви маєте 9 монет, серед яких одна фальшива. Знайдіть фальшиву монету за допомогою трьох зважувань, якщо невідомо, легша вона, чи важча.
164. Аркуш папалу розрівали на 4 частини, потім якусь з цих частин розрізали знову на 4 частини і т.д. Коли підраховувалк загальну кількість клаптиків, то виявилось їх 66 чи 67. Не перераховуючи, уточніть відповідь.
165. Як від куску тканини довжиною 8 м відрізати кусок довжиною 5 м, не маючи під руками вимірювальних приладів?
166. Ви маєте три порожні посудини місткістю 3, 5 і 8 л. За яку найменшу кількість кроків переливань і наливань з однієї посудини в іншу можна набрати з-під крана 7 л води у 8-літрову посудину?

Завдання 17

167. Щоб прономерувати сторінки книги вистачило 1164 цифри. Скільки в цій книзі сторінок?
168. Довжина тіла найменшої мавпи карликової ігрунки 16 см, що становить $\frac{2}{25}$ довжини тіла горили. Який зріст горили?
169. В автобусі їхало 45 пасажирів, серед яких 0,6 жінок. Яку частину від кількості пасажирів будуть становити жінки після того, як на зупинці в автобус зайде ще 5 чоловіків?
170. 0,16 використаних грошей на 680 грн менше тих, що залишилися. Скільки було грошей спочатку?
171. Ціна на товар збільшилася на 0,4, а потім ще на 0,3. На яку частину необхідно зменшити ціну, щоб вона дорівнювала початковій?
172. Видобуте вугілля містить $\frac{1}{50}$ води. Через деякий час масова частка води становитиме 0,15. На скільки тонн збільшиться маса 15 т видобутого вугілля за той самий час?
173. Учень прочитав книжку за три дні. За перший день він прочитав 0,4 книги та ще 16 сторінок, за другий - 0,3 залишку та ще 20 сторінок, за третій день - 0,75 залишку і останні 30 сторінок. Скільки сторінок в книжці?
174. Три винахідники отримали премію за свій винахід в розмірі 1410 грн, причому другий отримав $\frac{1}{3}$ того, що отримав перший, та ще 60 грн, а третій отримав $\frac{1}{3}$ грошей другого та ще 30 грн. Яку премію отримав кожний винахідник?
175. Для туристів закуплено 100 квитків на суму 340 грн. Ціна квитків по 3 та 4 гривні. Скільки квитків по 3 грн і по 4 грн було куплено?
176. Скільки трицифрових чисел можна утворити з цифр 1, 2, 3, 4, 5, якщо кожна з цих цифр можна використовувати не більше одного разу?
177. Скількома способами 7 осіб можуть розташуватись в чергу до каси?
178. В класі вивчають 10 предметів. В понеділок 6 уроків, причому всі уроки різні. Скількома способами можна скласти розклад на понеділок?

Завдання 18

179. а) Скільки є п'ятицифрових чисел, які діляться на 5? б) Якими цифрами не може закінчуватися такі суми: $1+2=\dots$; $1+2+3=\dots$; $1+2+3+4=\dots$; $1+2+3+4+5=\dots$; і так далі. в)) Якими цифрами не може закінчуватися такі суми: $1+3=\dots$; $1+3+5=\dots$; $1+3+5+7=\dots$; $1+3+5+7+9=\dots$; і так далі
180. П'ять хлопчиків і 5 дівчаток сідають в ряд на 10 розташованих поруч стільців, причому хлопчики сідають на місця з непарними номерами, а дівчатка — на місця з парними номерами. Скількома способами це можна зробити?
181. Скільки різних слів можна утворити переставленням букв у слові «математика»?
182. З 100 студентів англійську мову знають 28 студентів, німецьку — 30, французьку — 42, англійську і німецьку — 8, англійську і французьку — 10, німецьку і французьку — 5, всі три мови знають 3 студенти. Скільки студентів не знають жодної з трьох мов?
183. В класі 35 учнів. З них 20 відвідують математичний гурток, 11 — фізичний, 10 учнів не відвідують жодного з цих гуртків. Скільки учнів відвідують математичний та фізичний гуртки? Скільки учнів відвідують тільки один математичний гурток?
184. Зустрілися в кафе скульптор Білов, скрипаль Чернов, і художник Рижов. "Чудово, що один із нас блондин, другий - брюнет, а третій - рудий, і при цьому ні в кого з нас колір волосся не співпадає з прізвищем" — сказав чорноволосий. «Ти правий,» — сказав Білов. Який колір волосся в художника?
185. В клітках таблиці 3×3 поставлені числа: -1; 0; 1. Розглянемо S сум: суми трьох чисел в кожному рядку, в кожному стовпчику і по двох діагоналях. Чи можуть ці суми бути всі різні?
186. В класі навчається 29 учнів. Саша Вус зробив у диктанті 13 помилок, і ніхто інший в класі не зробив більшої кількості помилок. Довести, що по крайній мірі три учні мали однакову кількість помилок.
187. В п'яти класах школи навчаються 160 учнів. Довести, що знайдуться 4 учні, у яких день народження випадає на один і той самий тиждень.
188. В ящику лежить 10 пар чорних рукавичок і 10 пар червоних рукавичок одного розміру. Скільки рукавичок треба взяти навмання з ящика, щоб серед них були: а) дві рукавички одного кольору; б) одна пара рукавичок одного кольору; в) одна пара рукавичок різних кольорів?

Завдання 19

189. Площина пофарбована у два кольори. Довести, що знайдуться 2 точки на відстані 1 м : а) одного кольору; б) різних кольорів.
190. Площина пофарбована у три кольори. Довести, що знайдуться 2 точки на відстані 1 м одного кольору.
191. Чи можна викласти квадрат розміром 6×6 клітинок фігурками виду Т, які містять тільки чотири клітинки?
192. На трикутній політичній карті розміром 7 м, 7 м, 7 м є 49 однакових за площею трикутних держав. За домовленістю будь-яка держава континенту кожного року направляє делегацію тільки в одну з держав, з якою має суцільну ділянку кордону. Чи усі держави такої політичної карти приймають делегацію кожного року?
193. Прямку зафарбували у чорний та білий кольори. Довести, що на цій прямій існують три однокольорові точки A_1, A_2, A_3 для яких виконується умова: $A_1 A_2 = A_3 A_2$.
194. Прямка зафарбована у два кольори. Довести, що знайдуться 2 точки на відстані 1 м різних кольорів або 2 точки одного кольору на відстані 2 м.
195. Усі точки прямої зафарбовані у чотири кольори. Чи можна серед 11 одиничних відрізків знайти два відрізки, у яких при накладанні співпадають кольори кінців.
196. У хлопчика стільки сестер, скільки і братів, а у його сестри вдвічі менше сестер, ніж братів. Скільки в цій сім'ї братів і скільки сестер?
197. В двох руках всього 30 зошитів. Якби з першої руки перекласти у другу 2 зошити, тоді у першій руці стало б вдвічі більше, ніж у другій. Скільки зошитів було в кожній руці?
198. У Мирослави були гроші і їй не вистачало 7 грн, а Каріні не вистачало 2 грн, щоб купити по коробці кольорових олівців. Коли вони склали свої гроші, їм не вистачало грошей, щоб купити навіть одну коробку. Скільки коштує коробка олівців?
199. У коробці лежать олівці: 7 червоних і 5 синіх. Сліпий кіт Базиліо бере з неї олівці і малює однокольорові монетки. Скільки треба взяти коту олівців, щоб серед намальованих монеток було не менше двох червоних і не менше трьох синіх?

Завдання 20

200. Як від шматка матерії в $\frac{2}{3}$ метра відрізати півметра, не маю під рукою метра?
201. Дід привіз на базар огірки. Коли він почав рахувати їх десятками, то не вистачало двох огірків до повного числа десятків. Коли він став рахувати по 12 (дюжинами), то залишилось 8 огірків. Скільки огірків привіз дід на базар, якщо їх було більше 300, але менше 400?
202. Скільки разів протягом доби годинникова та хвилинна стрілка співпадають?
203. Знайти два числа, щоб їх сума була втричі більше їх різниці і вдвічі менше їх добутку.
204. Батько доросліше сина в 4 рази. Через 20 років він буде доросліше сина в 2 рази. Скільки зараз років батьку?
205. Було 5 аркушів паперу. Деякі з них розрізали на 5 кусків кожний, потім деякі з одержаних кусків знову розрізали на 5 кусків і так зробили декілька разів. Чи могло в результаті виконання таких дій одержатись 1975 кусків? (інваріантна властивість: кількість кусків після розрізання на p частин збільшується на $p-1$). $5 + 4n$ не рівно 1975).
206. На дошці написано числа 1, 2, 3, ..., 19, 20. Дозволяється стерти будь-які два числа a і b і замість них написати число $(a + b - 1)$. Яке число може залишитись на дошці після 19 таких операцій?
207. На дошці записано числа 1, 2, ..., 20. Дозволяється стерти будь-які два числа a і b і замінити їх на число $ab + a + b$. Яке число може залишитись на дошці після 19 таких операцій?
208. На дошці написано числа 1, 2, 3, ..., 1989. Дозволяється стерти будь-які два числа і написати замість них різницю. Чи можна досягти того, щоб на дошці всі числа дорівнювали нулю?
209. В одній вершині куба написали число 1, в інших нулі. Можна додавати по 1 до чисел, які записані на кінцях довільного ребра. Чи можна добитися того, щоб всі числа ділились на 3?
210. В кутку квадрата 3×3 стоїть знак мінус, в усіх інших - плюси. Можна змінити всі знаки в довільному рядку чи довільному стовпчику на протилежні. Чи можна одержати таблицю лише з одних плюсів?
211. Круг поділили на 6 секторів, в кожному лежить по цукерці. За один хід одну цукерку можна перемістити в сусідній сектор. Чи можна зібрати всі цукерки в одному секторі рівно за 20 ходів?

Завдання 21

212. На дошці записано числа від 1 до 20. За один крок дозволяється пару чисел x, y замінити на число $x + y + 5xy$. Чи можна наприкінці отримати число 20002002?
213. Було 4 аркуші паперу. Деякі з них розрізали на 8 частин, потім деякі з цих частин розрізали знову на 8 частин і т. д. Коли підраховували загальну кількість аркушів, то виявилось, що їх всього 1986. Довести, що підрахунок був неправильний.
214. На дошці записано числа від 1 до 20. За один крок дозволяється пару чисел x, y замінити на число $x + y + 5xy$. Чи можна наприкінці отримати число 30303?
215. Матч між двома футбольними командами закінчився з рахунком 7 : 4. Довести, що був момент, коли перша команда забила стільки м'ячів, скільки другій залишалось забити.
216. Число x замінили на $x^2 - 210$, з одержаним числом зробили те саме і так 100 разів. Одержали знову число x . Знайти число x .
217. В трьох вершинах квадрата знаходяться три коники. Вони грають в «чехарду». При цьому коли коник А стрибає через коника В, то після стрибання від попадає в точку, яка симетрична точці А відносно точки В. Чи зможе після декількох стрибків один з коників потрапити в четверту вершину даного квадрата?
218. На дошці записані числа від 1 до 20. Можна довільну пару чисел (x, y) замінити на число $x + y + 5xy$. Чи можна наприкінці одержати число 19901989?
219. Фігура ходить по діагоналі прямокутника $1 \times n$ (наприклад, для коня це 1×2). При якому n вона зможе потрапити з будь-якої клітинки на необмеженій шаховій дошці?
220. На дошці записані числа від 1 до 20. Можна пару чисел (x, y) замінити на $x + y + xy$. Яке число залишиться після 19 операцій?
221. В шести секторах круга лежить по "снікерсу". Можна одночасно пересунути два "снікерси" в сусідні сектори, рухаючи їх в протилежних напрямках. Чи можна одержати таке їх розташування: 5, 1, 0, 0, 0, 0 ?

Завдання 22

221. В квадраті 8×8 стоять цілі числа. Можна додавати по одиниці до всіх чисел довільного квадрата 3×3 або 4×4 . Чи завжди можна добитись того, що всі числа в таблиці ділилися на 3 ?
222. У мішку лежать 5 чорних і 5 білих кульок. Яку найменшу кількість кульок потрібно взяти з мішка, щоб серед них точно виявилось 3 кульки одного кольору?
223. Учені дослідили, що кількість голок у їжака не перевищує 200 тисяч. Доведіть, що із 250 тисяч їжаків можна вибрати принаймні двох, що мають однакову кількість голок.
224. У Верховну Раду обрано 336 народних депутатів, причому серед них 123 жінки, 245 — особи — представники правих сил. Доведіть, що серед правих є не менше ніж 32 жінки.
225. У школі 30 класів і 1000 учнів. Доведіть, що у школі є клас, у якому не менше ніж 34 учнів.
226. На Землі більше ніж 4 мільярди людей, вік яких не перевищує 100 років. Доведіть, що на Землі є двоє людей, що народилися тієї самої секунди.
227. Яку найменшу кількість карток спортлото "6 із 49" потрібно купити, щоб на одній із них обов'язково було вгадано хоча б один номер?
228. У магазин завезли 25 ящиків із трьома різними сортами яблук (у кожному ящику яблука лише одного сорту). Доведіть, що серед них є принаймні 9 ящиків одного сорту яблук.
229. У школі навчається 962 учні. Доведіть, що принаймні у двох учнів збігаються ініціали.
230. У темній коморі лежать черевики одного розміру: 10 пар чорних і 10 пар коричневих. Яку найменшу кількість черевиків потрібно взяти з комори, щоб серед них точно можна було вибрати одну пару одного кольору (у темноті не можна відрізнити не тільки колір черевика, але й лівий від правого)?
231. З повного набору доміно викинули всі кісточки з шістьками. Чи можна викласти в ланцюг усі кісточки, що залишилися?
232. У мене є дві монети на загальну суму 15 копійок. Одна із них - не п'ятак. Що це за монети?
233. Водій автомобіля має двох сестер. Але вони не мають брата. Як це можливо?
234. Яких однакових 5 днів може бути у лютому?
235. Десятилітрова посудина наповнена молоком. Маючи ще банки на 7 літрів і 3 літри, як відміряти 4 літри молока?

Завдання 23

236. У кожній клітинці 9-клітинкової стрічки розташовані невід'ємні цілі числа. Сума чисел у будь-яких трьох послідовних клітинках рівна 3. Дотримуючись умов задачі, обґрунтуйте відповіді на такі питання:

--	--	--	--	--	--	--	--	--

- Скільки існує способів заповнення цієї стрічки?
- Скільки клітинок будуть заповнені одним числом?
- Чи завжди сума в будь-яких шести послідовних клітинках цієї стрічки рівна 6?
- Яка найменша кількість послідовних клітинок заповненої стрічки, в яких сума чисел рівна 5?
- В скількох послідовних клітинках заповненої стрічки знаходиться найбільший добуток чисел?
- Чому дорівнює найменше число, яке може утворитися в заповненій стрічці?
- Чи рівні між собою усі можливі добутки семи чисел, які знаходяться у необов'язково послідовних семи клітинках заповненої стрічки?
- Скільки найменше треба взяти будь-яких клітинок із заповненої стрічки, аби добуток чисел цих клітинок був найбільшим?

237. У кожній клітинці 9-клітинкової стрічки розташовані натуральні числа. Для будь-яких трьох послідовних клітинок заповненої стрічки виконуються умова: сума чисел рівна чотири. Дотримуючись цих умов, обґрунтуйте відповіді на такі питання:

- Скільки існує способів заповнення цієї стрічки?
- Яка найменша кількість клітинок буде заповнена одним числом?
- Чи завжди сума в будь-яких шести послідовних клітинках цієї стрічки рівна 6?
- Яка найменша кількість послідовних клітинок заповненої стрічки, в яких сума чисел рівна 5?
- В скількох послідовних клітинках заповненої стрічки знаходиться найбільший добуток чисел?
- Чому дорівнює найменше число, яке може утворитися в заповненій стрічці?
- Чи рівні між собою усі можливі добутки семи чисел, які знаходяться у необов'язково послідовних семи клітинках заповненої стрічки?
- Скільки найменше треба взяти будь-яких клітинок із заповненої стрічки, аби добуток чисел цих клітинок був найбільшим?
- Чи для будь-яких трьох послідовних клітинок заповненої стрічки добуток чисел однаковий?

Завдання 24

238. У кожній клітинці 9-клітинкової стрічки розташовані натуральні числа. Для будь-яких чисел з трьох послідовних клітинок заповненої стрічки виконуються умова: сума і добуток рівні між собою. Дотримуючись цих умов, обґрунтуйте відповіді на такі питання:

- Скільки існує способів заповнення цієї стрічки?
- Яка найменша кількість клітинок буде заповнена одним числом?
- Чи завжди сума в будь-яких шести послідовних клітинках цієї стрічки рівна 12?
- Яка найменша кількість послідовних клітинок заповненої стрічки, в яких сума чисел рівна 15?
- В скількох послідовних клітинках заповненої стрічки знаходиться найбільший добуток чисел?
- Чому дорівнює найменше число, яке може утворитися в заповненій стрічці?
- Чи рівні між собою усі можливі добутки семи чисел, які знаходяться у необов'язково послідовних семи клітинках заповненої стрічки?
- Скільки найменше треба взяти будь-яких клітинок із заповненої стрічки, аби добуток чисел цих клітинок був найбільшим?
- Чи для будь-яких шести послідовних клітинок заповненої стрічки добуток чисел однаковий?

239. Шестицифрове число закінчується цифрою 2. Якщо її переставити з останнього місця на перше, то число зменшиться втричі. Знайти це число.

240. Сума двох натуральних чисел дорівнює 221, їх найменше спільне кратне – 612. Знайти всі пари таких чисел.

241. Що більше 999^8 чи 999999^4 ? Відповідь обґрунтувати.

242. У сім'ї четверо дітей, їм 4, 9, 12 і 14 років. Дітей звати Ганна, Петро, Людмила та Марія. Скільки років кожному, якщо Ганна старша від Петра, а сума років Ганни та Людмили ділиться на 8?

243. Чи ділиться націло на 9 число $10^{2005} + 2006$? Відповідь обґрунтувати.

244. Уздовж паркана ростуть 8 кущів малини. Кількість ягід на сусідніх кущах відрізняється на одну. Чи може на всіх кущах разом рости 225 ягід? Відповідь обґрунтувати.

Завдання 25

245. За круглим столом сиділи 6 осіб: лицарі та брехуни. Лицарі завжди кажуть правду, брехуни завжди брешуть. На питання: «Хто твій сусід справа?» кожен відповів: «Брехун». Скільки брехунів було за столом? Відповідь обґрунтувати.
246. Периметр квадрата збільшився на 10%. На скільки відсотків збільшиться площа квадрата?
247. У звичайному наборі доміно 28 кісточок. Скільки кісточок містило б доміно, у якого кількості очок, зазначені на кісточках, змінювалися б не від 0 до 6, а від 0 до 12?
248. У грі беруть участь 90 дітей. У кожного на грудях табличка з номером від 10 до 99 включно. Яка сума перших цифр у всіх номерах?
249. Скількома способами число 4 можна подати у вигляді суми трьох цілих чисел, якщо варіанти, які відрізняються порядком доданків, вважати різними, і серед доданків можуть бути нулі?
250. На дискотеці відпочивали 24 учні з одного класу. З Ганною танцювали сім хлопців, з Катрусею — вісім, з Надійкою — дев'ять і так далі до Люби, з якою танцювали всі хлопці. Скільки хлопців було на дискотеці?
251. Антону подарували терези, і він почав зважувати свої іграшки. Машину зрівноважили м'яч і два кубики, а машину з кубиком — два м'ячі. Усі м'ячі однакові і кубики теж. Скільки кубиків урівноважують машину?
252. Ганна, Катруся, Віра, Надія, Люба стоять у черзі в театральну касу. Якби Ганна стояла посередині черги, то вона опинилася б між Катрусею і Любою, а якби Ганна стала в кінець черги, то поруч з нею могла бути Надія. Але Ганна встала перед усіма своїми друзями. Хто стоїть третьою?
253. Четверо друзів — Олекса, Богдан, Володимир, Гриць змагались у перетягуванні каната. Богдан з Грицем легко перетягнули Олексу з Володимиром. Але коли Богдан став у парі з Олексою, то перемога проти Володимира з Грицем дісталася їм уже не так легко. А коли Богдан з Володимиром опинилися проти Олекси з Грицем, то жодна з цих пар не могла подолати іншу. Хто з друзів найдужчий?
254. Кілограм пломбіру на 4 грн. дорожчий від кілограма шоколадного морозива. Сергій і Петро замовили по 300 г морозива, причому Сергій замовив пломбіру вдвічі більше, ніж шоколадного морозива, а в Петра того й іншого порівну. Чия порція дорожча і на скільки?

Завдання 26

255. Одне трицифрове число складається з послідовних цифр, розмішених у порядку зростання, друге число складається з тих самих цифр у порядку спадання, третє число складається з цих самих цифр. Що це за число, якщо сума всіх трьох чисел дорівнює 1575?
256. На 1000 гривень придбали 100 птахів трьох видів. Індичка коштує 100 грн., гусак — 30, курча — 5. Скільки придбали індичок?
257. Карлсон, Вінні-Пух і крокодил Гена зайшли в кафе. Карлсон купив 4 бутерброди, какао і 10 пончиків за 16,9 крон, Вінні-Пух — 3 бутерброди, какао і 7 пончиків за 12,6 крон. Скільки крон за платив крокодил Гена за бутерброд, какао і пончик?
258. Батьки дали дітям на атракціони 24 гривні, які слід було розділити порівну. Але до них приєдналися дві подруги, і гроші розділили порівну між усіма. При цьому кожний одержав на 1 грн. менше, ніж передбачалося раніше. Скільки усього стало дітей?
259. Якщо преміальний фонд розподілити по 50 грн. на людину, то 5 грн. не вистачить, якщо по 45 грн., то 95 грн. залишаться нерозподіленими. Яка сума преміального фонду?
260. Скільки існує різних прямокутників, довжини сторін яких є цілими числами та периметр і площа яких виражаються однаковим числом?
261. О 12 годині годинна і хвилинна стрілки збігаються. Через яку найменшу кількість хвилин стрілки знову збігаються?
262. Яке найменше невід'ємне число можна одержати з чисел 1, 2, 3, ..., 2005, поставивши перед ними знаки «+» чи «-» і виконавши додавання?
263. Довести, що із 11 натуральних чисел можна вибрати два числа, різниця яких кратна 10.
264. У виразі $4 \cdot 12 + 18 : 6 + 3$ розставили дужки так, що вийшов найменший із можливих результатів. Якому числу він дорівнює?

Завдання 27

265. У шаховому турнірі брали участь 4 гросмейстери, які перед початком турніру стверджували: А: «Я буду першим»; Б: «Я не буду останнім»; В: «Я не буду ні першим, ні останнім»; Л «Я буду останнім». Після турніру виявилось, що тільки один шахіст помилився. Хто з них?
266. Скільки існує трицифрових чисел, у яких остання цифра дорівнює добутку двох перших?
267. Середній вік членів гімнастичної секції 11 років. Старшому – 17 років, а середній вік інших членів секції – 10 років. Скільки дітей відвідують секцію?
268. Для контори купили стільці. Якщо в кожну кімнату ставити 3 стільці, то три стільці не вистачить. Якщо в кожну кімнату ставити 2 стільці, то два стільці будуть зайвими. Скільки кімнат у конторі і скільки купили стільців?
269. Для школи купили табуретки. Якщо в кожну кімнату поставити три табуретки, то шість табуреток зайві. Якщо в кожну кімнату поставити чотири табуретки, то двох стільців не вистачить. Скільки кімнат у школі і скільки купили табуреток?
270. Діжки пального вистачає для роботи одного двигуна на 7 годин, а для другого двигуна на 5 годин. Яка частина пального залишилась у діжці після 2 годин роботи першого двигуна і 3 годин роботи другого двигуна? На скільки часу вистачить діжки пального, якщо двигуни працюватимуть одночасно?
271. В лабораторії 50 столів з шухлядами. В одних столах було по 2 шухляди, в інших по 4 шухляди. Скільки столів з двома шухлядами та скільки столів з чотирма шухлядами, якщо число усіх шухляд 150?
272. У новому будинку 72 двокімнатні та трикімнатні квартири. Скільки квартир кожного виду, якщо всього кімнат 168?
273. На фермі розводять гусей та кролів. Разом усіх голів 800, а усіх лап 2200. Скільки кролів та скільки гусей на фермі.

Завдання 28

274. Одночасно з одного пункту Антон вийшов пішки зі швидкістю 4 км/год, а Іван виїхав на велосипеді у протилежному зі швидкістю 20 км/год. Яка відстань буде між ними через 2 год. Через який час відстань між ними дорівнюватиме 60 км?
275. Одночасно з двох пунктів, відстань між яким 72 км, Антон вийшов пішки зі швидкістю 4 км/год, а Іван виїхав на велосипеді йому назустріч зі швидкістю 20 км/год. Яка відстань буде між ними через 2 год? Через який час відстань між ними буде 36 км? Через який час вони зустрінуться?
276. В одному напрямі одночасно з двох пунктів, відстань між яким 72 км, Антон вийшов пішки зі швидкістю 4 км/год, а Іван виїхав навздогін Антону на велосипеді зі швидкістю 20 км/год. Яка відстань буде між ними через 2 год? Через який час відстань між ними буде 36 км? Через який час Іван наздожене Антона?
277. Катер рухається вниз по річці зі швидкістю 15 км/год. Визначити власну швидкість човна, якщо швидкість течії 2 км/год.
278. Човен рухається вниз по річці зі швидкістю 20 км/год. А вверх по річці зі швидкістю 14 км/год. Яка швидкість течії річки? Яка власна швидкість катера?
279. Відстань між двома пристанями 5 км. За течією катер проходить цю відстань за 10 хвилин, а проти за 15 хвилин. Яка власна швидкість катера, та швидкість течії річки?
280. Для контори купили стільці. Якщо в кожну кімнату ставити 5 стільців, то 4 стільці не вистачить. Якщо в кожну кімнату ставити 4 стільці, то 12 стільців будуть зайвими. Скільки кімнат у конторі і скільки купили стільців?
281. Для школи купили табуретки. Якщо в кожну кімнату поставити 28 табуреток, то дві табуретки зайві. Якщо в кожну кімнату поставити 29 табуреток, то 14 стільців не вистачить. Скільки кімнат у школі і скільки купили табуреток?
282. Діжки пального вистачає для роботи першого двигуна на 10 годин, а для другого двигуна на 15 годин. Яка частина пального залишилась у діжці після 4 годин роботи першого двигуна і 5 годин роботи другого двигуна? На скільки часу вистачить діжки пального, якщо двигуни працюватимуть одночасно?

Завдання 29

283. В лабораторії 30 столів з шухлядами. В одних столах було по 2 шухляди, в інших по 3 шухляди. Скільки столів з двома шухлядами та скільки столів з трьома шухлядами, якщо число усіх шухляд 71?
284. У новому будинку 108 двокімнатні та трикімнатні квартири. Скільки квартир кожного виду, якщо всього кімнат 252?
285. На фермі розводять гусей та кролів. Разом усіх голів 900, а усіх лап 2400. Скільки кролів та скільки гусей на фермі.
286. Одночасно з одного пункту Антон вийшов пішки зі швидкістю 5 км/год, а Іван виїхав на велосипеді у протилежному зі швидкістю 15 км/год. Яка відстань буде між ними через 2 год. Через який час відстань між ними дорівнюватиме 60 км?
287. Одночасно з двох пунктів, відстань між яким 48 км, Антон вийшов пішки зі швидкістю 5 км/год, а Іван виїхав на велосипеді йому назустріч зі швидкістю 15 км/год. Яка відстань буде між ними через 2 год? Через який час відстань між ними буде 36 км? Через який час вони зустрінуться?
288. В одному напрямі одночасно з двох пунктів, відстань між яким 64 км, Антон вийшов пішки зі швидкістю 5 км/год, а Іван виїхав навздогін Антону на велосипеді зі швидкістю 15 км/год. Яка відстань буде між ними через 2 год? Через який час відстань між ними буде 32 км? Через який час Іван наздожене Антона?
289. Катер рухається вниз по річці зі швидкістю 20 км/год. Визначити власну швидкість човна, якщо швидкість течії 4 км/год.
290. А) Човен рухається вниз по річці зі швидкістю 7 км/год. А вверх по річці зі швидкістю 13 км/год. Яка швидкість течії річки? Яка власна швидкість катера?
- Б) За течією катер проходить відстань від А до В за 25 хвилин, а проти течії від В до А за 50 хвилин. Яка власна швидкість катера, та швидкість течії річки?
291. Відстань між двома містами 755 км. З них одночасно назустріч виїхали дві машини і зустрічаються вони через 5 год. Швидкість першої машини 76 км/год. Яка швидкість другої машини?

Завдання 30

292. Два пішоходи вийшли з двох сіл назустріч один одному. Відстань між селами 22 км. Перший йшов зі швидкістю 4 км/год та через 3 год зустрів другого, а другий пішохід йшов до зустрічі з першим пішоходом 2 год. Яка швидкість другого пішохода?
293. Додали два числа. Їх сума виявилась на 76 більше від другого доданку. Знайти перший доданок.
294. Додали два числа. Виявилось, що перший доданок на 192 менший за суму. Знайти другий доданок.
295. Знайти найбільше значення суми двох різних двоцифрових чисел.
296. Знайти найменше значення суми двох різних чотирицифрових чисел.
297. Сума двох чисел 59, а їх різниця 9. Знайти добуток цих чисел.
298. Сума трьох натуральних чисел рівна добутку цих чисел. Знайти ці три числа.
299. Шість однакових діжок вміщують 28 відер води. Скільки відер води можуть вмістити таких 15 діжок?
300. Дмитро і Максим грають у таку гру. За свій хід гравець повинен за декілька пострілів і попасти в такі очкові зони: 7, 8, 9, 10 мішені так, щоб сума вибитих очок дорівнювала 100, при цьому 100 очок треба вибити іншим способом. Виграє той, хто останнім виб'є потрібну суму очок. Хто з гравців забезпечить собі перемогу, якщо гру розпочинає Дмитро? Детально обґрунтуйте відповідь.
301. Запиши сотню дев'ятьма різними числами, що з'єднані знаками дій.
302. Поясни, чому 9999^{10} більше, ніж 99^{20} ?
303. Куб розміром $5 \times 5 \times 5$ повністю занурили у червону фарбу і розрізали на 125 кубиків розміром $1 \times 1 \times 1$. Скільки кубиків розміром $1 \times 1 \times 1$ мають: а) не зафарбованих граней; б) одну зафарбовану грань; в) дві зафарбовані грані; г) усі зафарбовані грані.
304. Доведіть, що довільну суму, більшу 7 коп., можна сплатити монетами вартістю в 3 коп. та 5 коп.

Завдання 31

305. На площині дано декілька кіл. Доведіть, що ділянки, на які вони розбивають площину, можна правильно зафарбувати в білий та чорний кольори
306. Доведіть, що сума внутрішніх кутів будь-якого випуклого многокутника рівна $180(n-2)$, де n – кількість кутів.
307. Доведіть, що кількість діагоналей будь-якого випуклого многокутника рівна $n \cdot (n-3) : 2$, де n – кількість кутів.
308. Доведіть, що $(6^{2n} - 1)$ кратне 35, де n - натуральне число.
309. Якщо кожний хлопчик купить пиріжок, а кожна дівчинка — булочку, то вони витратять разом на одну копійку менше, ніж якби кожний хлопчик купив булочку, а кожна дівчинка — пиріжок. Відомо, що хлопчиків більше, ніж дівчинок. На скільки?
310. 175 Шалтаїв коштують дорожче, ніж 125, але дешевше, ніж 126 Болтаїв. Доведіть, що на трьох Шалтаїв і одного Болтая карбованця не вистачить.
311. В класі кожний хлопчик товаришує з трьома дівчатками, а кожна дівчинка — з двома хлопчиками. При цьому в класі всього 19 парт і 31 школяр. Скільки в класі учнів?
312. Дві команди розіграли першість школи в десяти видах змагань, причому за перемогу команда одержувала 4 очки, за нічию — 2 і за програш — 1 очко. Разом обидві команди набрали 46 очок. Скільки було нічиїх?
314. Четверо товаришів купили разом човен. Перший вніс половину суми, внесеної іншими; другий — третину суми, внесеної іншими; третій — чверть суми, внесеної іншими, а четвертий вніс 130 карбованців. Скільки коштує човен і скільки вніс кожний?
315. На дорозі, що з'єднує два аули, немає горизонтальних ділянок. Автобус їде вгору завжди зі швидкістю 15 км/год, а під гору — 30 км/год. Знайдіть відстані, між аулами, якщо відомо, що шлях туди і назад автобус долає за 4 години.

Завдання 32

316. Чи існують такі натуральні числа a і b , що $ab(a-b) = 45045$?
317. Позначимо суму трьох послідовних натуральних чисел через a , а суму наступних трьох натуральних чисел — через b . Чи може добуток ab дорівнювати 111111111 ?
318. Доведіть, що остання ненульова цифра, числа $1985!$ парна.
319. Натуральні числа x і y такі, що $34x = 43y$. Доведіть, що число $x + y$ — складене.
320. Чи існують такі цілі числа a , b , відмінні від нуля, що одне з них ділиться на їх суму, а друге — на їх різницю?
321. Доведіть, що натуральне число, десятковий запис якого складається із однієї одиниці, двох двійок, трьох трійок, ... , дев'яти дев'яток, не може бути точним квадратом.
322. Кожне з натуральних чисел a , b , c і d ділиться на $ab - cd$. Доведіть, що $ab - cd$ дорівнює 1 або -1 .
323. В країні Анчурії в обігу знаходяться купюри чотирьох вартостей: 1 долар, 10 доларів, 100 доларів, 1000 доларів. Чи можна відрхувати мільйон доларів так, щоб одержати рівно півмільйона купюр?
324. На дошці написано число 1. Кожну секунду до числа на дошці додають суму його цифр. Чи може через деякий час на дошці з'явитися число 123456?
325. Доведіть, що число 3999991 не є простим.
326. а) Знайдіть семизначне число, всі цифри якого різні і яке ділиться на всі ці цифри; б) Чи існує таке восьмизначне число?
327. Маємо 10 замків і 10 ключів до них. Скількома випробовуваннями можна встановити відповідність між ключами та замками?
328. а) Скільки можна скласти 5-ланкових ланцюжків, маючи два блакитних кільця та три жовтих кільця? б) Скільки можна скласти 6-ланкових ланцюжків, маючи три блакитних кільця та три жовтих кільця?
329. У кімнаті розташовано 6 лампочок, причому до кожної із них підведено свій вимикач. Скільки існує можливостей освітлювати кімнату, якщо для цього повинна бути увімкнена хоча б одна лампочка?

Завдання 33

330. На шаховій дошці розставлено числа, кожне з яких дорівнює середньому арифметичному своїх сусідніх(по вертикалі та по горизонталі). Довести, що всі числа рівні.(вказівка: розгляньте найбільше число)
331. На колі розміщено 30 чисел, кожне з яких дорівнює модулю різниці двох наступних за ним за ходом годинникової стрілки. Сума всіх чисел дорівнює 1. Що це за числа і як вони розміщені по колу?
332. На колі розміщено 8 чисел, кожне з яких дорівнює сумі трьох наступних за ним (за ходом годинникової стрілки). Знайти ці числа.
333. Множина M складається з трьох елементів, а множина S – з двох елементів. Скільки існує:
- відображень M в S ;
 - відображень M на S ;
 - відображень S в M ;
 - відображень S в M .
334. Уявіть собі, що на мові острова слова "так" і "ні" звучать як "тип" і "топ", але невідомо, яке слово що означає. Як, задавши аборигену одне питання, з'ясувати у нього, брехун він чи лицар? Яке питання треба задати аборигену, щоб він обов'язково відповів "тип"?
335. Островитянин А в присутності іншого островитянина В каже: "Принаймні один із нас — брехун". Хто такий А і хто такий В?
336. Три чоловіки: А, В і С, про яких відомо, що один із них лицар, другий — брехун, а третій — приїжджий, нормальний чоловік, який може казати і правду, і брехати. А каже: "Я нормальна людина". В каже: "А і С інколи кажуть правду", С каже: "В — нормальна людина". Хто з них брехун, хто — лицар, а хто нормальна людина?
337. Зустрілися декілька аборигенів, і кожний із них заявив всім іншим: "Ви всі — брехуни". Скільки лицарів могло бути серед цих аборигенів?

Завдання 34

338. Андрій, Віктор, Степан хотіли поїхати у відпустку разом і подали про це заяву. Через деякий час секретарка сказала, що відпустку їм надали в різні місяці – в червні, липні та серпні. І повідомила, що Степану випала відпустка не в серпні, Віктору – не в липні, а от Андрію, здається в липні. Коли чоловіки дізналися у відділі кадрів про час своєї відпустки, виявилось, що секретарка повідомила тільки одному з них вірно час відпустки. На які ж місяці кожному з них випала відпустка? (Степан – у червні, Віктор – у липні, Андрій – у серпні).
339. У трьох сім'ях чоловіки на 3 роки старші від своїх дружин. Відомо, що Іван на три роки молодший від Надії, Федору і Марії разом 56 років, А Степану і Олені – 50 років. Хто з ким одружений?(Такі пари: Іван та Олена, Степан та Марія, Федір та Надія).
340. На автомобілі нові шини. Шина на задньому колесі витримує пробіг в 16 тис. км. На передньому колесі – 24 тис. км. Який максимальний пробіг можна здійснити на цих шинах? (19 200 км)
- 341.Петро і Сидір влучили по мішені, зробивши по 5 пострілів, в такі круги: 10, 9, 9, 8, 8, 5, 4, 4, 3, 2. Першими трьома пострілами вони вибили однакову кількість очок, але трьома останніми пострілами Петро вибив у 3 рази більше очок, ніж Сидір. Куди влучив кожен з них третім пострілом?
342. Є 27 рівних кубів одного кольору. 26 з них мають однакову вагу. Як за допомогою найменшої можливої кількості зважувань на терезах без гир відокремити куб, вага якого відрізняється від ваги інших? Дізнайтеся, важчий, чи легший він від інших кубів.
343. Чи можна розрізати клітинковий квадрат 5×5 на різні 5 клітинкові фігурки?
- 344.. Яку найбільшу кількість клітинкових фігурок можна помістити в квадрат 5×5 ?
345. Яку найбільшу кількість клітинкових фігурок можна помістити в квадрат 4×4 ?
346. Чи можна розрізати клітинковий квадрат 4×4 на: а) усі різні; б) рівні 4-клітинкові фігурки?
347. Яку найбільшу кількість 5-клітинкових фігурок можна помістити в квадрат 4×4 ?
348. Чи можна розрізати клітинковий квадрат 100×100 на: а) Т-подібні 4-клітинкові фігурки?
349. Складіть таблицю 6-клітинкових фігурок.. Скільки видів таких фігурок?
350. Розмістіть найбільшу кількість 5-клітинкових «кутиків» у квадраті 5×5 ?

Завдання 35

353. Чи можна розрізати клітинковий квадрат 4×4 на: а) 5 різних клітинкових фігурок б) 6 різних клітинкових фігурок?

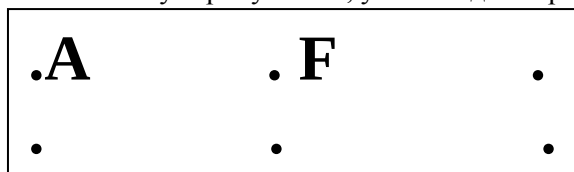
354. Є 9 паличок різної довжини від 1 см до 9 см. Квадрати, з якими сторонами і скількома способами можна викласти з даних паличок? Способи складання квадрата вважаються різними, якщо використані різні палички і не обов'язково всі.

355. Чи можна скласти квадрати, довжини сторін яких рівні 1 см? 2 см? ... 6 см? Чому?

Чи можна скласти квадрат, довжина сторони якого 7 см? Як це зробити? Скількома способами його можна викласти? Розгляньте далі усі можливі випадки. Чи можна скласти квадрат, довжина сторони якого рівна 12 см і більше? Чому?

356. У числі 3728954106 викреслити три цифри так, щоб цифри, які залишились, утворили в тому ж порядку найменше (найбільше) семизначне число?

357. На площині дано 6 точок, що розташовані у вигляді прямокутника так, як показано на малюнку. Скільки існує трикутників, у яких одна вершина знаходиться в точці А, а дві інші — в будь-яких даних точках? Скільки існує трикутників, у яких одна вершина знаходиться в точці F?



358. На скільки частин можна розбити площину чотирма прямими? Розгляньте всі можливі випадки і для кожного випадку зробіть малюнок.

359. Скількома способами можна заплатити 78 крб, якщо є номінали в три та п'ять карбованців?

360. За 500 рублів куплено декілька пудів цукру. Якби на ті ж гроші придбано було на 5 пудів більше, то кожен пуд обійшовся на 5 рублів дешевше. Скільки куплено пудів цукру?

361. Чи істинне твердження: «Якщо число p — просте, і p більше ста, але менше 200, то число $210 - p$ також є простим числом?»

Завдання 36

362. Батько із сином потрапили в автомобільну катастрофу. Батько помер у шпиталі. До сина в палату заходить хірург і говорить, вказуючи на нього: «Це мій син». Чи можуть ці слова бути правдою?

363. Скільки цифр "9" у ряді чисел від 1 до 100?

364. Самотній нічний сторож помер вдень. Чи отримує він пенсію?

365. Цеглина важить один кілограм плюс ще півцеглини. Скільки важить цеглина?

366. Під яким кушем сидить засць під час дощу?

367. Якщо ви любите граматику, то вас зацікавить питання, як правильно сказати "не бачу былий жовток" чи «не бачу білого жовтка»?

368. Дах одного будинку не є симетричним. Один його нахил складає з горизонталлю кут 60 градусів, а інший кут 70 градусів. Припустимо, що півень кладе яйце на гребінь даху. На який бік даху впаде яйце? .

369. Припустимо, що на кордоні США та Канади сталася авіаційна катастрофа. У який з двох країн повинні бути поховані уцілілі пасажери?

370. За кордон поїхала група туристів із 100 чоловік. 14 із них не знали ні німецької, ні французької мови. 75 знали німецьку мову. 83 людини знали французьку мову. Скільки туристів володіли двома іноземними мовами?

371. У сім'ї троє дітей. Тоні вдвоє більше років, ніж буде Галі тоді, коли Жені виповниться стільки ж років, скільки Тоні зараз. Хто з них найстарший, хто найменший, а хто середній за віком?

372. На одному заводі працювало троє друзів: слюсар, токарь і зварювальник. Їхні прізвища: Ярема, Заполух і Стецюк. У слюсаря немає ні братів, ні сестер. Він — наймолодший з друзів. Стецюк, що одружений на сестрі Яреми, старший від токаря. Назвіть прізвища слюсаря, токаря і зварювальника.

Комплексні завдання на дослідження властивостей натуральних чисел для 5 - 9 класів

Завдання 1. Запис натурального числа, відповідно його властивостям.

Розподілити двадцять тверджень на три групи:

- перша група тверджень, які завжди правильні на множині натуральних чисел;
- друга група тверджень, які завжди неправильні на множині натуральних чисел;
- третя група тверджень, які не входять до першої та до другої групи.

1. Будь-яке натуральне число можна записати у вигляді або $2m - 1$, або $2m$, де m – натуральне число.
2. Будь-яке натуральне число не можна записати у вигляді або $5m$, або $5m + 1$, або $5m + 2$, або $5m + 3$, або $5m + 4$, де m – натуральне число.
3. Будь-яке натуральне число можна записати у вигляді або $9m$, або $9m + 1$, або $9m + 2$, або $9m + 3$, або $9m + 4$, $9m + 5$, або $9m + 6$, або $9m + 7$, або $9m - 1$, де m – натуральне число.
4. Серед будь-яких натуральних чисел вигляду або $9m$, або $9m + 1$, або $9m + 2$, або $9m + 3$, або $9m + 4$, $9m + 5$, або $9m + 6$, або $9m + 7$, або $9m + 8$, не можливо знайти числа, які записуються у вигляді або $5m$, або $5m + 1$, або $5m + 2$, або $5m + 3$, або $5m + 4$, де m – натуральне число.
5. Серед будь-яких натуральних чисел вигляду $4m$ або $4m + 1$, або $4m + 2$, або $4m + 3$ не можливо знайти числа, які записуються у вигляді $7m + 1$, або $7m + 2$, де m – натуральне число.
6. Серед будь-яких натуральних чисел вигляду $4m$ або $4m + 1$, або $4m + 2$, або $4m + 3$ можна знайти числа, які записуються у вигляді або $3m + 1$, або $3m + 2$, де m – натуральне число.
7. Серед будь-яких натуральних чисел вигляду $3m$ або $3m + 1$, або $3m + 2$ можна знайти числа, які записуються у вигляді або $2m + 1$, або $2m$, де m – натуральне число.
8. Якщо число парне, тоді воно записується у вигляді або $9m - 1$, або $9m - 2$, або $9m - 4$, або $9m - 6$, або $9m - 8$, де m – натуральне число.
9. Якщо натуральне число ділиться на 3, тоді воно записується у вигляді або $3m - 1$, або $3m - 2$, $3m$, де m – натуральне число.
10. Якщо натуральне число не ділиться на 2 і на 3, тоді воно записується у вигляді або $6m - 1$, або $6m - 2$, або $6m - 5$, або $6m - 4$, або $6m - 3$, де m – натуральне число.
11. Якщо натуральне число ділиться на 4 і на 3, тоді воно записується у вигляді або $6m - 1$, або $6m - 2$, або $6m - 5$, або $6m - 4$, або $6m - 3$, де m – натуральне число.
12. Якщо натуральні числа записується у вигляді $6m + 1$, $6m + 2$, $6m + 3$, тоді три наступні натуральні числа записуються у такому порядку $6m + 5$, $6m + 4$, $6m + 3$, де m – натуральне число.
13. Якщо натуральні числа записується у вигляді $7m + 1$, $7m + 2$, $7m + 3$ тоді три попередні натуральні числа записуються у такому порядку $7m$, $7m - 1$, $7m - 2$, де m – натуральне число.
14. Якщо натуральні числа записується у вигляді $3m + 1$, $4m + 2$, тоді їхні попередні натуральні числа записуються відповідно $3m$, $4m + 1$, де m – натуральне число.
15. Якщо натуральні числа записується у вигляді $9m + 1$, $24m + 2$, тоді їхні наступні натуральні числа записуються відповідно $9m - 1$, $24m - 1$, де m – натуральне число.
16. Якщо натуральні числа записується у вигляді $6m + 12$, $4m + 8$, тоді ці натуральні числа мають спільний дільник 2, де m – натуральне число.
17. Якщо натуральні числа записується у вигляді $8m + 12$, $24m + 8$, тоді ці натуральні числа мають спільний дільник 4, де m – натуральне число.
18. Якщо натуральні числа записується у вигляді $2m + 1$, $2m + 2$, де m – натуральне число, тоді сума цих натуральних чисел непарна.
19. Якщо натуральні числа записується у вигляді $2m$, $2m - 1$, де m – натуральне число, тоді різниця цих натуральних чисел парна.
20. Якщо натуральні числа записується у вигляді $2m + 3$, $2m + 5$, де m – натуральне число, тоді добуток цих натуральних чисел парний.

Завдання 2. Відношення порядку на множині натуральних чисел.

Розподілити двадцять тверджень на три групи:

- перша група тверджень, які завжди правильні на множині натуральних чисел;
 - друга група тверджень, які завжди неправильні на множині натуральних чисел;
 - третя група тверджень, які не входять до першої та до другої групи.
1. Існує натуральне число між двома числами $2m$ та $2m - 1$, де m – натуральне число.
 2. Серед обмеженої кількості натуральних чисел є найбільше та найменше число, які можна записати або $5m$, або $5m + 1$, або $5m - 2$, або $5m - 3$, або $5m - 1$, де m – непарне число.
 3. Серед необмеженої кількості натуральних чисел є найменше число, які можна записати або $9m$, або $9m - 1$, або $9m - 2$, або $9m - 3$, або $9m - 4$, $9m - 5$, або $9m - 6$, або $9m - 7$, або $9m - 8$, де m – парне число.
 4. Серед будь-яких двох парних натуральних чисел вигляду існує непарне число, яке можна записати або $9m - 1$, або $9m - 3$, або $9m - 5$, або $9m - 7$, де m – натуральне число.
 5. Не можливо знайти парне числа серед будь-яких двох непарних натуральних чисел, які записуються у вигляді або $5m$, або $5m+2$, або $5m+4$, де m – натуральне число.
 6. Одинича не є наступним елементом жодного з чисел натурального ряду.
 7. Для довільного натурального числа існує наступне натуральне число.
 8. Якщо для довільних двох натуральних чисел відповідні їм наступні числа збігаються, то самі ці елементи рівні.
 9. Якщо множина M складається з натуральних чисел і містить одиницю ряду натуральних чисел та для кожного натурального числа множини M наступне для нього також належить до M , то ряд натуральних чисел являється підмножиною M .
 10. Серед будь-яких натуральних чисел вигляду $4m$ або $4m+1$, або $4m+2$, або $4m+3$ не можливо знайти найменшого числа, яке записується у вигляді $7m+1$, або $7m+2$, де m – натуральне число.
 11. Серед будь-яких натуральних чисел вигляду $4m$ або $4m+1$, або $4m+2$, або $4m+3$ можна знайти найбільше число, яке записується у вигляді або $3m$, або $3m-1$, або $3m-2$, де m – натуральне число.
 12. Серед будь-яких трьох натуральних чисел вигляду $3m$ або $3m-1$, або $3m-2$ можна два послідовні парні числа знайти числа, які записуються у вигляді або $2m+2$, або $2m$, де m – натуральне число.
 13. Якщо число парне, тоді його попереднє і наступне непарні числа, які записується у вигляді або $9m$, або $9m-2$, або $9m-4$, або $9m-6$, або $9m-8$, де m – натуральне число.
 14. Якщо натуральне число ділиться на 3, тоді воно записується у вигляді або $3m-1$, або $3m-2$, де m – натуральне число.
 15. Якщо натуральні числа записується у вигляді або $6m-1$, або $6m-2$, або $6m-5$, або $6m-4$, або $6m-3$, тоді серед них немає рівних чисел.
 16. Якщо натуральні числа записуються у вигляді $5n-4$ і $3m-1$, тоді вони можуть бути рівними між собою і записуються або $6m-1$, або $6m-2$, або $6m-5$, або $6m-4$, або $6m-3$, де m – непарне число.
 17. Якщо три натуральні числа записується у вигляді $6m+1$, $6m+2$, $6m+3$, тоді три наступні натуральні числа відповідно записуються у такому порядку $6n+5$, $6n+4$, $6n+3$, де m, n – натуральні числа.
 18. Якщо натуральні числа записується у вигляді $7m+1$, $7m+2$, $7m+3$ тоді три попередні натуральні числа записуються у такому порядку $7k$, $7k-1$, $7k-2$, де m і k – парні числа.
 19. Якщо натуральні числа записується у вигляді $8m+8$, $4m+4$, тоді їхні попередні числа є непарними і записуються відповідно $8m-7$, $4m+3$, де m – непарне число.
 20. Якщо натуральні числа записується у вигляді $9m+1$, $24m+2$, тоді вони ніколи не можуть бути рівними, де m – непарне число.

Завдання 3. Запис натурального числа, відповідно його властивостям.

Розподілити двадцять п'ять тверджень на три групи:

- перша група тверджень, які завжди правильні на множині натуральних чисел;
- друга група тверджень, які завжди неправильні на множині натуральних чисел;
- третя група тверджень, які не входять до першої та до другої групи.

1. Якщо натуральні числа записується у вигляді $3m$, $3m-1$, $3m-2$, де m – парне число, то при діленні їх на 3 можна отримати остачі або 0, або 1, або 2.
2. Якщо натуральні числа записується у вигляді $7m$, $7m+1$, $7m+2$, де m – парне число, тоді при діленні їх на 3 можна отримати остачі або 0, або 1, або 2.
3. Якщо натуральні числа записується у вигляді $8m$, $8m+1$, , де m – непарне число, тоді то при діленні їх на 2 можна отримати остачі або 0, або 1.
4. Якщо натуральні числа записується у вигляді m , $m+1$, $m+2$, де m – непарне число, тоді сума цих натуральних чисел ділиться на 3.
5. Якщо натуральні числа записується у вигляді m , $m+1$, $m+2$, де m – непарне число, тоді добуток цих натуральних чисел ділиться на 6.
6. Якщо натуральні числа записується у вигляді $7m$, $7m+1$, $7m+2$, де m – непарне число, тоді добуток цих натуральних чисел ділиться на 6.
7. Якщо натуральні числа записується у вигляді $8m+3$, $8m+4$, $8m+5$, де m – непарне число, тоді сума цих натуральних чисел не ділиться на 12.
8. Якщо десятицифрове число містить усі десять цифр, то воно ділиться на 3 і не ділиться на 9.
9. Якщо натуральні числа записується у вигляді $5m+1$, $5m+2$, $5m+4$, $5m+3$, де m – непарне число, тоді сума цих натуральних чисел парна.
10. Якщо натуральні числа записується у вигляді m , $m+1$, $m+2$, $m+3$, $m+4$, де m – непарне число, тоді сума цих натуральних чисел парна.
11. Якщо натуральні числа записується у вигляді m , $m+1$, $m+2$, $m+3$, $m+4$, де m – парне число, тоді сума цих натуральних чисел непарна.
12. Якщо натуральні числа записується у вигляді m , $m+1$, $m+2$, $m+3$, $m+4$, де m – непарне число, тоді добуток цих натуральних чисел ділиться на 30.
13. Якщо натуральні числа записується у вигляді $2m+1$, $2m+2$, де m – парне число, тоді добуток цих натуральних чисел парний.
14. Якщо натуральні числа записується у вигляді $2m-2$, $2m+2$, де m – непарне число, тоді добуток цих натуральних чисел має дільник 8.
15. Якщо натуральні числа записується у вигляді $3m+2$, $3m+3$, $3m+4$, де m – непарне число, тоді добуток цих натуральних чисел не ділиться на 6.
16. Якщо п'ятицифрове число містить усі парні цифри, то воно ділиться на 3 і не ділиться на 9.
17. Якщо п'ятицифрове число містить усі непарні цифр, то воно ділиться на 2 і ділиться на 9.
18. Якщо натуральні числа записується у вигляді $16m+12$, $24m+8$, де m – натуральне число, тоді ці натуральні числа мають спільний дільник 4.
19. Якщо число парне, тоді сума усіх цифр цього числа є парне число.
20. Якщо число непарне, тоді сума цифр є число кратне трьом..
21. Якщо число парне, тоді сума цифр є число непарне.
22. Якщо число непарне, тоді добуток цифр є число парне.
23. Якщо число парне, тоді його можна записати, як суму непарних чисел.
24. Якщо число непарне, тоді його можна записати, як добуток двох непарних чисел.
25. Якщо число парне, тоді його можна записати, як добуток непарних чисел.

Завдання 4. Властивості парних і непарних чисел.

Розподілити тридцять тверджень на три групи:

- перша група тверджень, які завжди правильні на множині натуральних чисел;
- друга група тверджень, які завжди неправильні на множині натуральних чисел.
- третя група тверджень, які не входять до першої та до другої групи.

1. Якщо число непарне, тоді його можна записати, як добуток двох непарних чисел.
2. Якщо число непарне, тоді його можна записати, як суму парного і непарного чисел.
3. Якщо число парне, тоді його можна записати, як суму непарних чисел.
4. Якщо число парне, тоді його можна записати, як суму парних чисел.
5. Якщо число ділиться на три, тоді сума його цифр ділиться на дев'ять.
6. Якщо число парне, тоді його можна записати, як суму трьох непарних чисел.
7. Якщо число непарне, тоді кожна цифра цього числа непарна.
8. Якщо число непарне, тоді сума цифр є число парне.
9. Якщо число парне, тоді добуток його цифр є парним числом.
10. Якщо натуральне число парне, тоді попереднє і наступне число непарне.
11. Якщо число кратне п'яти, тоді добуток цифр є ненатуральним числом.
12. Якщо число парне, тоді добуток першої і останньої цифр є число парне.
13. Якщо число непарне, тоді добуток першої і останньої цифр є число непарне.
14. Якщо число парне, тоді сума першої і останньої цифр є число парне.
15. Якщо число кратне трьом, тоді добуток його цифр є число кратне трьом.
16. Якщо число кратне десяти, тоді добуток цифр є число ненатуральне.
17. Якщо число непарне, тоді його кількість цифр непарна.
18. Якщо число парне, тоді кількість його цифр є число парне.
19. Якщо число кратне чотирьом, тоді добуток цифр є число непарне.
20. Якщо число кратне шести, тоді добуток його цифр є число парне.
21. Якщо непарне число має лише два ділиники, тоді сума цифр є число непарне.
22. Якщо число парне, тоді куб цього числа є число, яке ділиться на 8.
23. Якщо число парне, тоді куб цього числа є число кратне восьми.
24. Якщо число непарне, тоді квадрат будь-якої цього числа є число непарне.
25. Якщо число складається з десяти різних цифр, тоді сума цифр рівна 45.
26. Якщо число складається з десяти різних цифр, тоді сума цифр ділиться на дев'ять.
27. Якщо число ділиться на кожну свою цифру, тоді добуток його цифр рівний нулю.
28. Якщо число ділиться на суму своїх цифр, тоді добуток його цифр є число парне.
29. Якщо число складається тільки з непарних цифр, тоді добуток його цифр є непарне число.
30. Якщо число складається тільки з парних цифр, тоді сума квадратів його цифр є число кратне чотирьом.

Завдання 5. Властивості арифметичних дій на множині натуральних чисел.

Розподілити двадцять тверджень на три групи:

- перша група тверджень, які завжди правильні на множині натуральних чисел;
- друга група тверджень, які завжди неправильні на множині натуральних чисел;
- третя група тверджень, які не входять до першої та до другої групи.

1. Добуток двох чисел дорівнює 150. Перше число у півтора рази більше другого. Тоді ці числа парні.
2. У змаганнях беруть участь 90 дітей. У кожного на грудях табличка з номером від 10 до 99 включно. Тоді сума перших цифр на всіх номерах 450.
3. 17 способами число 4 можна подати у вигляді суми трьох натуральних чисел, якщо варіанти, які відрізняються порядком доданків, вважати різними.
4. Додали два числа. Їх сума виявилась на 26 більше від другого доданку. Тоді перший доданок рівний 6.
5. Додали два числа. Виявилось, що перший доданок на 34 менший за суму. Тоді другий доданок не дорівнює 43.
6. 198 – це найбільше значення суми двох будь-яких двоцифрових чисел.
7. 2000 – це найменше значення суми двох будь-яких чотирицифрових чисел.
8. Сума двох чисел 19, а їх різниця 9. Добуток цих чисел 70.
9. Сума трьох натуральних чисел рівна добутку цих чисел. Ці три числа парні.
10. У звичайному наборі доміно 28 кісточок. Тоді 91 кісточку містило б доміно, у якого кількості очок, зазначені на кісточках, змінювалися б не від 0 до 6, а від 0 до 12.
11. Одне трицифрове число складається з послідовних цифр, розмішених у порядку зростання, друге число складається з тих самих цифр у порядку спадання, третє число складається з цих самих цифр. Тоді 465 – третє число, якщо сума всіх трьох чисел дорівнює 1575.
12. Щоб перенумерувати сторінки книги вистачило 1164 цифри. В цій книзі 446 сторінки.
13. 1800 є п'ятицифрових чисел, які діляться на 5.
14. Цифрами 2, 4, 7, 9 не може закінчуватися такі суми: $1+2=\dots$; $1+2+3=\dots$; $1+2+3+4=\dots$; $1+2+3+4+5=\dots$; і так далі.
15. Цифрами 2, 3, 7, 8 не може закінчуватися такі суми: $1+3=\dots$; $1+3+5=\dots$; $1+3+5+7=\dots$; $1+3+5+7+9=\dots$; і так далі.
16. Добуток двох рівних чисел дорівнює натуральному числу К. Якщо один множник збільшити на 20, а другий зменшити на 20, то не зміниться добуток.
17. Від ділення числа А на В отримали найменше двоцифрове число і остачу 1. Тоді число А, як вираз з числом В, записується $A = Bx - 1$.
18. Добуток двох чисел дорівнює 72, при цьому перше число в два рази більше другого. Тоді 58 – це різниця між сумою та добутком цих чисел.
19. Я задумав число і збільшив його втричі. До добутку додав 12 і отримав 60. Тоді задумане число парне.
20. На 1000 гривень придбали 100 птахів трьох видів. Індичка коштує 100 грн., гусак – 30, курча – 5. Серед інших придбаних птахів 5 індичок.

Завдання 6. Розклад натурального числа на прості множники.

Розподілити 40 твердження на три групи:

- до першої групи входять твердження, які завжди правильні;
 - до другої групи входять твердження, які завжди неправильні;
 - до третьої групи входять твердження, які не входять до перших двох груп.
1. Серед даних чисел є ті, які мають два простих дільники: 65, 89.
 2. Серед даних чисел є прості: 41, 61, 93, 101, 111, 121.
 3. Серед даних розкладів на прості множники допущено помилку: $44 = 2 \cdot 2 \cdot 11$, $244 = 61 \cdot 2 \cdot 2$.
 4. Серед даних чисел всі розкладаються на рівну кількість простих множників: 48, 72, 84.
 5. Числа 6256, 1026, 56043 є складеними.
 6. Не існує простих парних чисел, а всі прості числа непарні.
 7. Не існує простих трицифрових чисел, які містять тільки одну цифру.
 8. Існує 20 дільників у числа $2^3 \cdot 3^4$.
 9. Не існує 10 дільників у числа $2^2 \cdot 3^3$.
 10. Існує 6 дільників у числа 2^6 .
 11. Існує найменше і найбільше двоцифрове число, яке ділиться на 2 і 3 та містить різні цифри.
 12. Існує 4 простих дільників у числа $2^3 \cdot 3^4 \cdot 5^7 \cdot 7^3 \cdot 11$. Кожне число, яке ділиться на 3 без остачі, ділиться на 9.
 13. Кожне число, яке ділиться на 81 без остачі, ділиться на 9.
 14. Кожне число, яке ділиться на 12 без остачі, ділиться на 4.
 15. Кожне число, яке ділиться на 32 без остачі, ділиться на 8.
 16. Кожне число, яке ділиться на 27 без остачі, ділиться на 9.
 17. Кожне число, яке ділиться на 36 без остачі, ділиться на 24.
 18. Кожне число, яке ділиться на 72 без остачі, ділиться на 18.
 19. Кожне число, яке ділиться на 24 без остачі, ділиться на 16.
 20. Кожне число, яке ділиться на 98 без остачі, ділиться на 49.
 21. Кожне число, яке ділиться на 65 без остачі, ділиться на 13.
 22. Існує найменше і найбільше двоцифрове число, яке ділиться на 2 і 3.
 23. Існує найменше і найбільше трицифрове число, яке ділиться на 3, 5, 2
 24. Існує найменше і найбільше трицифрове число, яке ділиться на 3, 5, 2 і містить цифри 1, 2 і 3.
 25. Існує найменше і найбільше трицифрове число, яке ділиться на 7, 11 і 13.
 26. Існує найменше і найбільше двоцифрове число, яке ділиться на 2 і 3 та містить різні цифри.
 27. Існує 4 простих числа, які можна записати, використовуючи кожний раз дві цифри: 1, 3, 7.
 28. Існує 8 двоцифрових простих чисел, для запису яких використовуються тільки цифри 1, 2, 3, 4.
 29. Сума чотирьох послідовних натуральних чисел може бути простим числом.
 30. Існує 3 простих числа, для запису яких використовуються формула $k = n^2 + n$, де n – натуральне число.
 31. Числа, записані трьома однаковими цифрами, діляться на 3 і на 37.
 32. Числа виду $\overline{mkmk}$, записані двома цифрами m, k , завжди діляться на 101 і на 13.
 33. Числа виду $\overline{nmknmk}$, записані трьома цифрами n, m, k , завжди діляться на 7, на 11 і на 13.
 34. Для запису послідовності 1, 3, 7, 15, 31, 63, 127, 255, ... використовують формулу $k = 2^{n+1} - 1$, де n – натуральне число.
 35. Серед трицифрових чисел від 1 до 100 існує 10 чисел, які діляться на 4, але не містять цифри 4 в своєму запису.
 36. Щоб знайти суму чисел першої сотні, які діляться на 3, достатньо перше число додати до останнього, суму помножити на кількість чисел, а добуток поділити на 2.
 37. Серед чисел виду $3m + 1$ існує лише два числа, які діляться на 5, де m – натуральне число.
 38. Числа виду $\overline{nmkpnmkp}$, записані чотирма цифрами n, m, k, p завжди діляться на 1001.
 39. Числа виду $\overline{nmknmk}$, записані трьома цифрами n, m, k , не завжди діляться на $\overline{nmk}$.
 40. Існує найменше натуральне трицифрове число, яке, складається з різних цифр і ділиться на 9 без остачі.

Завдання 7. Властивості арифметичних дій на множині натуральних чисел.

Розподілити 31 твердження на три групи:

- перша група тверджень, які завжди правильні на множині натуральних чисел;
- друга група тверджень, які завжди неправильні на множині натуральних чисел;
- третя група тверджень, які не входять до першої та до другої групи.

1. Із будь-яких трьох послідовних непарних, починаючи з 7, одне з них ділиться на 3.
2. Існують чотири прості числа m, n, k, p , які задовольняють вираз $m + n = p - n = k$.
3. Існує таке натуральне число m , що вираз $m^2 + 1$ ділиться на m без остачі.
4. Добуток різниці та суми двох натуральних чисел $2m$ і $2n$ є складеним числом, де $m \geq n$.
5. Сума добутку та різниці двох натуральних чисел $3m$ і $2n$ є простим числом, де $m \neq n$.
6. Сума частки та добутку двох взаємно простих чисел $2m$ і $2n+1$ є простим числом, де $m \neq n$.
7. Якщо два прості числа $n \geq m$, то існує єдине просте число x , яке задовольняє рівняння $m + x = n$.
8. Добуток двох простих чисел є простим числом.
9. В множині складених чисел завжди виконуються дві дії: додавання, та множення. Тобто, результати цих дій є складеними числами.
10. Будь-яке складене число можна представити як суму його дільників.
11. Нуль ділиться на будь-яке натуральне число, тобто $0 = b \cdot 0$.
12. Якщо m ділиться на b , а b ділиться на n , то m ділиться на n , де всі числа є простими.
13. Якщо кожний доданок суми простих чисел ділиться на просте число m , то сума поділиться на $2m$ без остачі.
14. Якщо кожне число різниці двох складених чисел ділиться на просте m , то різниця завжди поділиться на m без остачі.
15. Трицифрове число, записане однаковими цифрами, не ділиться на 37.
16. Тризначне число має дві однакові останні цифри, а сума його цифр ділиться на 7, то і саме число ділиться на 7.
17. При будь-якому натуральному m число $m^5 - m$ ділиться на 30.
18. При будь-якому натуральному m числа $5m+3$, $7m-3$ і $3m+2$ не є точним квадратом числа.
19. При будь-якому натуральному m число m^3+5m не ділиться на 6.
20. При будь-якому натуральному m число m^2+m+2 є непарним.
21. При непарних натуральних числах n і m вираз n^2-m^2 ділиться на 8.
22. Трицифрове число, яке не ділиться на 7, 11 і 13 послідовно записали двічі і одержали шестицифрове число. Тоді шестицифрове число завжди ділиться на 7, 11 і 13.
23. Якщо число $n + 4m$ ділиться на 13, де n і m натуральні числа, то і число $10n+m$ не ділиться на 13.
24. Якщо число $2m+5n$ ділиться на 17, де m і n натуральні числа, то $8m+3n$ ділиться на 17.
25. Якщо число $3n+2m$ ділиться на 19, де n і m натуральні числа, то $8n-m$ ділиться на 19.
26. Шестизначне число $m = a_5 10^5 + a_4 10^4 + a_3 10^3 + a_2 10^2 + a_1 10 + a_0$, у якого $[(a_0+a_1+a_4)-(a_1+a_3+a_5)] : 11$, то $m : 11$.
27. Шестизначне число $m = a_5 10^5 + a_4 10^4 + a_3 10^3 + a_2 10^2 + a_1 10 + a_0$, у якого $[(a_0+3a_1+2a_2)-(a_3+3a_4+2a_5)] : 7$, то $m : 7$.
28. Різниця шестизначного числа і числа, записаного тими ж самими цифрами в оберненому порядку, не ділиться на 9.
29. Якщо восьмицифрове число не містить рівних цифр, тоді добуток цифр ділиться на три.
30. Якщо різниця будь-яких сусідніх цифр п'ятицифрового числа рівна одиниці, то добуток цифр ділиться на 8.
31. Якщо десятицифрове число не містить рівних цифр, тоді добуток цифр ділиться на 27.

**Завдання 8. Властивості дій на множині натуральних чисел.
Розклад числа на суму декількох доданків.**

Розподілити двадцять п'ять тверджень на три групи:

- перша група тверджень, які завжди правильні на множині натуральних чисел;
- друга група тверджень, які завжди неправильні на множині натуральних чисел;
- третя група тверджень, які не входять до першої та до другої групи.

1. 1, 3, 5 остачі при діленні на 6 може мати просте число, більше, ніж 5.
2. $k = 5n + 3$ — це формула натуральних чисел, які не є квадратами чисел.
3. Завжди парні числа є наступними для чисел n , $3n - 3$, $2n + 1$, $2n - 1$.
4. Завжди ділиться натуральне число $n(n+1)$ на 2.
5. На 24 завжди ділиться добуток чотирьох послідовних натуральних чисел $(n-1)n(n+1)(n+2)$.
6. Добуток трьох непарних послідовних чисел завжди ділиться на 3.
7. Сума чотирьох послідовних парних чисел ділиться на два складених числа.
8. Сума п'яти послідовних натуральних чисел ділиться на два простих числа.
9. Сума семи парних послідовних чисел не ділиться на 4.
10. Сума шести послідовних непарних чисел не ділиться на 8.
11. Сума чотирьох послідовних натуральних чисел може бути простим числом.
12. Добуток трьох послідовних непарних чисел, менше з яких є простим числом, не ділиться на 15.
13. Добуток трьох послідовних складених чисел, менше з яких є парним числом, ділиться на 24.
14. Число 200 можна двома способами записати як суму таких двох натуральних чисел, щоб одне з них ділилось на 11, а друге — на 13.
15. Розкласти число 800 можна трьома способами як суму таких двох натуральних чисел, щоб одне з них ділилось на 17, а друге — на 23.
16. На дошці написано числа 1, 2, 3, ..., 19, 20. Дозволяється стерти будь-які два числа a і b і замість них написати число $(a + b - 1)$. Парне число може залишитись на дошці після 19 таких операцій?
17. 35 способами число 4 можна подати у вигляді суми трьох цілих чисел, якщо варіанти, які відрізняються порядком доданків, вважати різними, і серед доданків можуть бути нулі?
18. Розкласти число 170 можна двома способами як суму таких двох натуральних чисел, щоб одне з них ділилось на 11, а друге — на 13.
19. Для настилення підлоги завширшки 6 м є дошки завширшки 17 см і 15 см. Треба взяти 23 дошок одного і 15 другого розмірів, якщо вважати, що довжина кімнати і довжина дошок однакові, і дошки кладуться вздовж кімнати?
20. На трасі 800 м треба прокласти газові труби. На складі є труби довжиною 11 м і 13 м. найекономішче(якнайменше швів при зварюванні труб) використовуються ці труби, якщо взяти 3 одного та 59 другого розмірів.
21. 26 осіб витратили разом 88 монет, причому кожен чоловік витратив 6, жінка — 4, а дівчина — 2 монети. Тоді маємо парне число було і чоловіків, і жінок, і дівчат.
22. Із 11 натуральних чисел завжди можна вибрати два числа, різниця яких кратна 10.
23. Існує 14 трицифрових чисел, у яких остання цифра дорівнює добутку двох перших.
24. У сумі $a_1 + a_2 + a_3 + a_4$ доданок: a_1 ділиться на 3, a_2 ділиться на 3, a_3 ділиться на 3, а a_4 не ділиться на 3. Не ділиться $a_1 + a_2 + a_3 + a_4$ на 3.
25. Потрібно 7 формул для позначення усіх натуральних чисел, які при діленні на 7 дають різні остачі.

**Завдання 9. Властивості дій на множині натуральних чисел.
Розклад числа на декілька множники.**

Розподілити двадцять п'ять тверджень на три групи:

- перша група тверджень, які завжди правильні на множині натуральних чисел;
 - друга група тверджень, які завжди неправильні на множині натуральних чисел;
 - третя група тверджень, які не входять до першої та до другої групи.
1. Добуток $(n+5)(n+10)$ є парне число при будь-якому непарному n .
 2. При будь-яких простих a і b добуток $ab(a+b)$ - непарне число.
 3. Добуток чотирьох послідовних натуральних чисел ділиться на 24.
 4. Добуток п'яти послідовних натуральних чисел ділиться на 120.
 5. Не існує непарне чотиризначне число, дві середні цифри котрого утворюють число, що в 5 разів більше числа тисяч і в 3 рази більше числа одиниць.
 6. Існує 3 трицифрові числа, які при закреслюванні середньої цифри зменшуються в 7 разів.
 7. Існує 2 трицифрові числа, які при закреслюванні середньої цифри зменшуються в 9 разів.
 8. При діленні деякого числа на 13 і на 15 отримали однакові частки, але в першому випадку отримали остачу 8, а в другому – остачі не було. Не існує такого числа.
 9. Сума дванадцяти послідовних натуральних чисел не ділиться на 12.
 10. До числа 15 припишіть зліва та справа по одній цифрі так, щоб отримане число ділилось на 15. Не існує таких чисел.
 11. Існує найменше натуральне число, що ділиться на 36, в запису якого зустрічаються всі цифри.
 12. 15 нулями закінчується добуток $1 \cdot 2 \cdot 3 \cdot 4 \cdot \dots \cdot 98 \cdot 99 \cdot 100$.
 13. На складі є цвяхи в ящиках по 16 кг, 17 кг, 40 кг. Працівник складу може відпустити 100 кг цвяхів, не відкриваючи ящики.
 14. Не існує двоцифрове число, котре зменшиться в 14 разів, якщо закреслити цифру одиниць в запису цього числа.
 15. Два двоцифрових числа закінчуються цифрою 6. Їх добуток завжди закінчується числом 36?
 16. Ребус : $\text{БИР} + \text{БИР} + \text{БИР} + \text{БИР} = \text{ДОРД}$ має два розв'язки.
 17. Якщо до двозначного числа приписати справа цифру 0, то це число збільшиться на 252. Таке число тільки одне.
 18. Якщо в деякому трицифровому числі, що закінчується нулем, відкинути цей 0, то число зменшиться на 351. Існує таких три числа.
 19. Сума двох чисел дорівнює 180. Частка від ділення більшого на менше дорівнює 5. Такого числа не існує.
 20. У виразі $1*2*3*4*5$ замініть зірочки знаками дій множення та додавання. Отримані результати обчислення виразів завжди будуть парні.
 21. В році було 53 суботи. Тоді субота була 1 січня.
 22. Існує найбільше число, яке при діленні на 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9 дає в остачі 1.
 23. Два числа, в яких потроєна сума цих чисел на 8 більша їх подвоєної різниці, а подвоєна сума цих чисел на 6 більша їх різниці. Існує дві пари таких чисел.
 24. Сума цифр двоцифрового числа дорівнює 12, а різниця числа одиниць і числа десятків в цьому числі в 12 разів менше самого числа. Існує п'ять таких чисел.
 25. Між цифрами числа 562101012 поставте знаки дій - множення, додавання, віднімання і можливо дужки, все в будь-якій кількості так, щоб результат був 120.

Завдання 10. Властивості НСД(a , b).

Розподілити 16 тверджень на три групи:

- перша група тверджень, які завжди правильні на множині натуральних чисел;
 - друга група тверджень, які завжди неправильні на множині натуральних чисел;
 - третя група тверджень, які не входять до першої та до другої групи.
1. Якщо шестицифрове число не містить рівних цифр, тоді добуток цифр є число парне.
 2. В таблиці 3×3 у верхніх кутових клітинках зліва напрово поставили цифри 1 та 2. Розмістити в порожніх клітинках таблиці числа від 3 до 9 так, щоб виконувались дві такі умови: 1) сума чотирьох чисел в будь-якому квадраті 2×2 була однаковою; 2) число записане в центрі таблиці було - найбільш можливим. В середній клітинці не може стояти цифра 9.
 3. Михайло записує число. Він використовує лише цифри 1,2,3,4,5 і слідує таким правилам: 1) будь-які дві сусідні цифри даного числа відрізняються між собою; 2) всі двоцифрові числа, що складаються з любых двох сусідніх цифр даного числа записаних у порядку зліва - направо, відрізняються між собою. Наприклад, число 123134252 задовольняє умовам, а число 12315412 - ні, так як число 12 присутнє два рази в записі числа. 25 цифр – це максимальна кількість цифр, з якого може складатися запис числа Михайло.
 4. На дошці написано число 1. Кожну секунду до числа на дошці додають суму його цифр. Через деякий час на дошці з'явиться число 126.
 5. Якщо $a:b$, де a та b натуральні числа, то **найбільший спільний дільник a і b** (скорочено *записують* НСД(a , b)) не дорівнює b , тобто НСД(a , b) $\neq b$.
 6. НСД(x , y) = НСД($x+y$, y) = НСД($x+y$, x).
 7. НСД(x , y) = НСД($x-y$, y) = НСД($x-y$, x).
 8. НСД(x , y) = НСД($7x+3y$, $8y$) = НСД($7x+3y$, $5x$).
 9. Якщо $a:b$ (ост. k), тобто $a=b \cdot m+k$, де a , b , m , k натуральні числа, то НСД(a , b) = НСД(a , k).
 10. Якщо a , c , k довільні натуральні числа, то НСД(a , c) = НСД($a \cdot k$, $c \cdot k$).
 11. Якщо $m:n$, $k:n$ і $mx+ky = n$, де x , y , n , m , k – натуральні числа, то найбільший спільний дільник чисел m , k дорівнює n , тобто НСД(m , k) = n .
 12. Частки від ділення натуральних чисел m і n на їх найбільший дільник k (тобто діляться на їх НСД(m , n) = k), є два взаємно прості числа, тобто НСД($m:k$, $n:k$) = 1.
 13. Якщо n , m , k – натуральні числа, то найбільший спільний дільник чисел $m \cdot n$ та $k \cdot n$ дорівнює НСД(m , k) $\cdot n$, тобто завжди виконується рівність НСД($m \cdot n$, $k \cdot n$) = НСД(m , k) $\cdot n$.
 14. Якщо НСД(m , n) = 1, тоді НСД(mc , n) $\neq$ НСД(n , c), де c , m , k – натуральні числа.
 15. Якщо НСД(m , n) = 1 і $mc:n$, тоді $c:n$, де c , m , k – натуральні числа.
 16. Якщо НСД(m , n) = 1 і $c:m$, $c:n$, тоді $c:(n \cdot m)$, де c , m , k – натуральні числа.

Завдання 11. Властивості НСК(m, n) та НСД(a, b).

Розподілити 20 тверджень на три групи:

- перша група тверджень, які завжди правильні на множині натуральних чисел;
 - друга група тверджень, які завжди неправильні на множині натуральних чисел;
 - третя група тверджень, які не входять до першої та до другої групи.
1. Усі натуральні числа, які діляться на 30 можна подати у вигляді $2 \cdot 15n$ або $2 \cdot 3 \cdot 5n$, де n — натуральне число.
 2. Найменше натуральне число m , яке ділиться на кожне з чисел a і b без остачі, тобто найменше спільне кратне цих чисел (НСК(a, b)), завжди можна знайти таким чином: розкласти кожне число на прості множники, потім, взявши розклад одного із них, помножити його на відсутні прості множники, які зустрічаються в розкладі другого числа.
 3. Найбільше натуральне число m , на яке ділиться на кожне з чисел a і b без остачі, тобто найбільший спільний дільник цих чисел (НСД(a, b)), завжди можна знайти таким чином: розкласти кожне число на прості множники, потім, виписати з двох розкладів спільні множники, до речі, кожний зі спільних простих множників треба взяти з найменшим показником, який зустрічається в обох розкладах, і помножити.
 4. Добуток чисел a і b дорівнює добуткові їх найбільшого спільного дільника на найменше спільне кратне $ab = \text{НСК}(a, b) \cdot \text{НСД}(a, b)$
 5. Найменше спільне кратне двох чисел дорівнює 3024, а їх найбільший спільний дільник 4. Друге число має лише три дільники, якщо перше дорівнює 28.
 6. Найменше спільне кратне трьох чисел дорівнює 5544. Існує декілька третіх чисел, якщо перші два дорівнюють 72 і 168.
 7. Два перші числа дорівнюють 165 і 156. Множину третіх чисел складають тільки непарні числа, якщо найменше спільне кратне всіх трьох чисел дорівнює 25740.
 8. Найменше натуральне число m , яке ділиться на кожне з чисел a і b , тобто НСК(a, b) ділиться на їхній найбільший спільний дільник, тобто ділиться на НСД(a, b).
 9. Якщо m ділиться на кожне з двох чисел a і b , то m ділиться і на їх найменше спільне кратне, тобто НСК(a, b).
 10. Найменше спільне кратне трьох чисел $n-1, n, n+1$ (де n — натуральне число) це добуток цих чисел.
 11. Частки від ділення найменшого спільного кратного на дані числа є взаємно прості.
 12. Якщо число $3x+2y$ ділиться на 19, де x і y натуральні числа, то $8x-y$ не ділиться на 19.
 13. Найменше спільне кратне двох чисел 5040, а їх найбільший спільний дільник 48. Множину таких пар чисел складають лише парні числа.
 14. Найменше спільне кратне двох чисел 462, а їх найбільший спільний дільник 21. Множину таких пар чисел складають лише непарні числа.
 15. Всього існує дві пари чисел, для яких добуток дорівнює 840, а їх найбільший спільний дільник дорівнює 2.
 16. Сума двох чисел 168, а їх найбільший спільний дільник 24. Множину таких пар чисел складають лише числа різної парності, тобто одне з них парне число, а друге — непарне число.
 17. Сума двох чисел 667, а їх найбільший спільний дільник 29. Множину таких пар чисел складають лише числа різної парності, тобто одне з них парне число, а друге — непарне число.
 18. З космодрому одночасно запустили три супутники Землі. Перший має період обертання 1 год. 20 хв., другий — 1 год. 45 хв., а третій — 2 год. 20 хв. Тоді через 28 год — це найближчий час, коли вони знову будуть всі три разом над космодромом?
 19. Три автобуси відправляються з автостанції о 7 год. ранку в трьох напрямках і повертаються: перший через 2 год. 15 хв. і знову відправляється через 15 хв.; другий — через 1 год. 45 хв. і знову відправляється через 15 хв.; третій — через 1 год. 30 хв. і знову відправляється через 10 хв. Тоді 12.00 — це найближчий час, коли вони знову одночасно виїдуть з автостанції?
 20. У деякий час планети Венера і Меркурій займають певне положення на небі відносно зір. Через 19800 діб обидві планети будуть знову в тому ж положенні відносно нерухомих зір, якщо Меркурій обертається навколо Сонця за 88 діб, а Венера — за 225 діб?

Завдання 12. Загальні властивості натуральних чисел.

Розподілити сорок тверджень на три групи:

- перша група тверджень, які завжди правильні на множині натуральних чисел;
- друга група тверджень, які завжди неправильні на множині натуральних чисел;
- третя група тверджень, які не входять до першої та до другої групи.

1. Усі прості числа починаючи з 7 можна подати у вигляді $6 \cdot n + 1$ або $6 \cdot n + 5$.
2. Сума будь-якої кількості перших непарних чисел натурального ряду рівна квадрату числа доданків.
3. Парне число можна подати, як суму двох простих чисел.
4. Непарне число можна подати, як суму трьох простих чисел.
5. Сума будь-якої кількості послідовних непарних чисел натурального ряду рівна різниці квадратів двох чисел.
6. Сума перших $n+1$ натуральних чисел рівна сумі n наступних натуральних чисел.
7. Сума n перших парних чисел рівна добутку $n(n+1)$.
8. Сума n перших натуральних чисел рівна половині добутку $n(n+1)$.
9. Сума квадратів n перших натуральних чисел рівна квадрату деякого натурального числа.
10. Сума квадратів n перших натуральних чисел кратна двом.
11. Сума квадратів n перших натуральних чисел кратна трьом.
12. Сума квадратів n перших натуральних чисел кратна шести.
13. Сума кубів трьох послідовних натуральних чисел рівна кубу натурального числа.
14. Сума кубів n (більше двох) різних натуральних чисел рівна кубу натурального числа.
15. Сума кубів n послідовних натуральних чисел рівна різниці квадратів натуральних чисел.
16. Будь-яке просте число дорівнює добутку своїх цифр в десятковій системі числення.
17. Якщо число парне, тоді його можна записати, як суму двох його дільників чисел.
18. Якщо число непарне, то його можна записати як суму парного і непарного дільників числа.
19. Якщо число парне і дорівнює сумі своїх дільників, то воно рівне сумі кубів n перших чисел.
20. Сума кубів n послідовних парних чисел рівна подвоєному квадрату числа $n(n+1)$.
21. Сума кубів n послідовних непарних чисел рівна квадрату числа $n^2(2n^2+1)$.
22. Сума кубів n перших натуральних чисел рівна квадрату суми цих чисел.
23. Кожне натуральне число рівне сумі квадратів двох чисел і одного простого числа.
24. Якщо три числа утворюють рівність $n^2 + m^2 = k^2$, тоді добуток цих чисел парний.
25. Якщо три послідовні числа утворюють рівність $n^2 + m^2 = k^2$, тоді квадрат меншого числа рівний сумі двох інших.
26. Якщо три послідовні числа утворюють рівність $n^2 + m^2 = k^2$, тоді квадрат середнього числа рівний подвоєній сумі двох інших.
27. Якщо три взаємно прості числа утворюють рівність $n^2 + m^2 = k^2$, тоді квадрат меншого числа рівний сумі двох інших.
28. Якщо три взаємно прості числа утворюють рівність $n^2 + m^2 = k^2$, тоді добуток трьох чисел ділиться на 60.
29. Якщо два взаємно прості числа n і m утворюють три числа $n^2 + m^2$, $2nm$, $n^2 - m^2$, тоді квадрат більшого числа рівний сумі квадратів двох інших.
30. Якщо три взаємно прості числа виду n , $(n^2-1)/2$, $(n^2+1)/2$, тоді квадрат більшого числа рівний сумі квадратів двох інших.
31. Якщо три взаємно прості числа виду n , $(n^2-1)/2$, $(n^2+1)/2$, тоді квадрат середнього числа рівний подвоєній сумі квадратів двох інших.
32. Якщо три взаємно прості числа виду n , $(n^2-1)/2$, $(n^2+1)/2$, тоді куб найбільшого числа рівний сумі квадратів двох інших.
33. Якщо три взаємно прості числа виду n , $(n/2)^2-1$, $(n/2)^2+1$, тоді куб найбільшого числа рівний сумі квадратів деяких двох чисел.
34. Якщо чотири числа утворюють рівність $n^3 + m^3 + k^3 = p^3$, тоді ці натуральні числа послідовні.
35. Якщо число виду $4 \cdot k + 1$, то його можна подати, як $n^2 + m^2$.
36. Якщо складене число розкладається на прості числа виду $4 \cdot k + 1$, то його можна подати, як $n^2 + m^2$.
37. Якщо число має вид $4 \cdot k + 3$, то його не можна подати, як n^2 .
38. Якщо число p — просте, тоді число виду $a^p - a$ ділиться на p .
39. Будь-який квадрат натурального числа n можна подати як суму двох доданків, де перший доданок — це сума n перших натуральних чисел, а другий — це сума $n-1$ перших натуральних чисел.
40. Будь-який квадрат непарного числа n можна подати у вигляді $4 \cdot k + 1$.